شمارهٔ استاندارد بین‌المللی
۲۳۲۲-۳۶۶۹

میراث علمی اسلام و ایران

دوفصلنامهٔ تاریخ علوم و فناوری دورهٔ اسلامی
سال هفتم، شمارهٔ دوم، پاییز و زمستان ۱۳۹۷
شمارهٔ پیاپی: ۱۴

صاحب امتیاز: **مؤسسهٔ پژوهشی میراث مکتوب**
مدیر مسئول: **اکبر ایرانی**
سردبیر: **محمد باقری**
مدیر داخلی: **زینب کریمیان**
ویراستار: **پویان رضوانی**
اجرای جلد: **محمود خانی**

مدیر فنّی و امور چاپ: **حسین شاملوفرد**

تصویر پشت جلد: فواد سزگین، پژوهشگر تاریخ علوم دورهٔ اسلامی

نشانی مجله: تهران، خیابان انقلاب اسلامی، بین خیابان دانشگاه و ابوریحان، ساختمان فروردین، شمارهٔ ۱۱۸۲، طبقهٔ چهارم، شمارهٔ ۱۶
کد پستی: ۱۳۱۵۶-۹۳۵۱۹ تلفن: ۶۶۴۹۰۶۱۲ دورنگار: ۶۶۴۰۶۲۵۸

www.mirasmaktoob.ir
miraselmi@mirasmaktoob.ir / miraselmi90@gmail.com

بها: ۲۰.۰۰۰ تومان

رسائل

رسالۀ فارسیه در حساب شیخ بهایی

محمد رضا عرشی[۱]

مقدمه

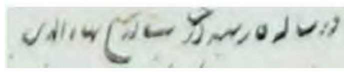
بهاءالدین محمد بن عزّالدین حسین بن عبدالصمد عاملی جُبَعی مشهور به شیخ بهایی[۲] (۹۵۳ق/ بعلبک- ۱۰۳۰ق/ اصفهان)، دانشمند نامدار عصر صفوی است که حدود ۹۵ کتاب و رساله در علوم مختلف از وی به یادگار مانده است. در ریاضیات، شهرتش به‌واسطۀ کتاب خلاصة الحساب است که شاخص‌ترین کتاب ریاضی سدۀ یازدهم به بعد است و حدود ۲۰۰ سال در ایران، هندوستان و عثمانی از شهرت فوق العاده‌ای برخوردار بوده است. میرزا محمد علی قائنی (۱۲۲۴-۱۳۰۵ق) در برگ آخر نسخۀ خطی مفتاح الحساب، شمارۀ ۱۵۵۳۷۲/۲ کتابخانۀ مجلس نوشته است که «خلاصة الحساب شیخ بهایی خلاصۀ کتاب مفتاح الحساب کاشانی است».

یکی از آثار ریاضی شیخ بهایی رسالۀ فارسیه در حساب یا الفارسیة في الحساب است که سعید نفیسی در کتاب احوال و اشعار شیخ بهایی (ص ۱۰۱)[۳] و علامه امینی در کتاب الغدیر (ج۱۱، ص۲۶۰)[۴] بدان اشاره کرده‌اند؛ ولی نسخه‌ای از آن گزارش نکرده‌اند.

در کتابخانۀ ملا محسن فیض کاشانی (فرهنگ و ارشاد سابق) در شهر کاشان مجموعه‌ای به شمارۀ ۲۷ موجود است که محمد کریم بن نعمت‌الله، طبیب کاشانی در ماه رجب ۱۰۷۳ق به خط نسخ کتابت کرده است. در صفحۀ عنوان رسالۀ دوم (ص ۷۸) نوشته شده: «هذا المختصر فی الحساب، من مصنّفات المولی الأعظم، سلطان القضاة فی العالم، قبلة طلاب، الهدایة کعبة، ارباب الزوایة، کشّاف المشکلات، حلّال المعضلات، هادی المجتهدین، مرشد اعاظم السلاطین،

۱. کارشناس ارشد تاریخ علم و دبیر ریاضیات، arshy1001@yahoo.com
۲. به پاس خدمات وی به علم ستاره‌شناسی، یونسکو سال ۲۰۰۹ میلادی را به نام او، سال «نجوم و شیخ بهایی» نام‌گذاری کرد. در تقویم رسمی کنونی ایران، سوم اردیبهشت «روز بزرگداشت شیخ بهایی» نامیده شده است.
۳. نفیسی، سعید، احوال و اشعار شیخ بهایی، تهران، چاپخانۀ اقبال، ۱۳۱۶ش.
۴. امینی نجفی، عبدالحسین، الغدیر فی الکتاب والسّنة والادب، بیروت، دارالکتاب العربی، ۱۳۹۷هـ/ ۱۹۷۷م، ج ۱۱.

المؤیّد من عند ربّ العالمین، بهاء من الشّرع والدین، نور الله بالسلام تربته» که نشان می‌دهد از آثار ریاضی شیخ بهایی است. این اثر در فهرست کتابخانه با عنوان «مختصر در حساب» ثبت شده است. در صفحهٔ اول این مجموعه نام رسالهٔ دوم «رسالهٔ فارسیه در حساب از شیخ بهاءالدین» آمده که صورت آن چنین است:



این نوشته نشان می‌دهد که این اثر، نسخه‌ای از رسالهٔ فارسیه در حساب شیخ بهایی است که تاکنون نسخه‌ای از آن دستیاب نشده بود.[1]

رسالهٔ *فارسیه در حساب*

شیخ بهایی این رساله را به درخواست برخی از مخدومان و بزرگان، در سه قسم تألیف کرده و موضوع آن تعریف و توضیح «اصطلاحات ریاضی» همراه با ذکر مثال است. از ویژگی‌های این رساله حل دستگاه‌های دو معادله و دو مجهول خطی و غیر خطی به روش خطأین و جایگذاری و استفاده از جبر و مقابله است.

قسم اول در یک مقدمه و چهار فصل است. مقدمه در تعریف اصطلاحات علم حساب شامل انواع اعداد و کسرها و مرتبهٔ اعداد و جذرهاست. فصل اول در ضرب، فصل دوم در قسمت، فصل سوم در نسبت و فصل چهارم در مباحث مفید برای محاسبان، مانند اربعه اعداد متناسبه و خطأین است.

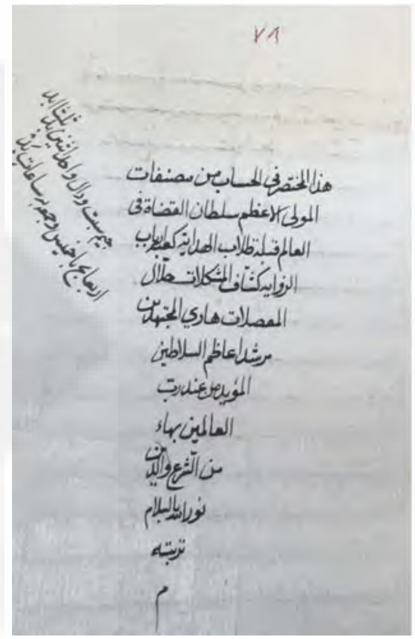
شیخ بهایی، در فصل اول، هفت قاعده برای پیدا کردن مجموع اعداد با نظم طبیعی (دنبالهٔ حسابی) آورده و ادعا کرده که از مستنبطات خود اوست و کسی بر وی سابق نیست.

قسم دوم در مورد جبر و مقابله است. مقدمه در تعریف اصطلاحات جبر و مقابله، فصل اول در مفردات و فصل دوم در مقترنات است. شیخ بهایی در قسمت مقدمه از اصطلاح‌های «مثبت» و «منفی» استفاده کرده است.

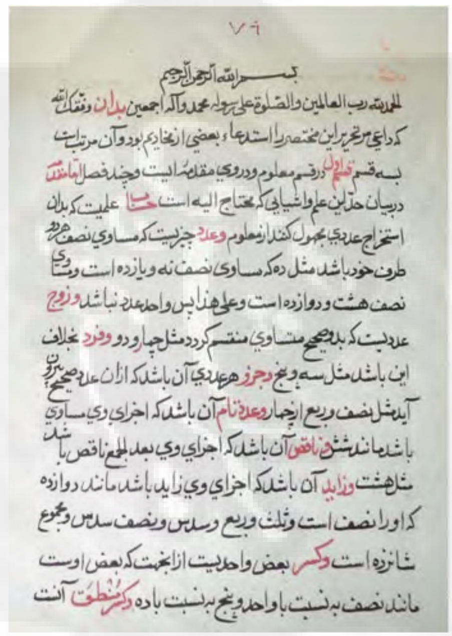
قسم سوم در مورد مساحت است. مقدمه در تعریف برخی اصطلاحات و اشکال هندسی است. فصل اول در مساحت سطوح و فصل دوم در مساحت اجسام است.

بخشی از فصل دوم و خاتمه در این نسخه کتابت نشده است.

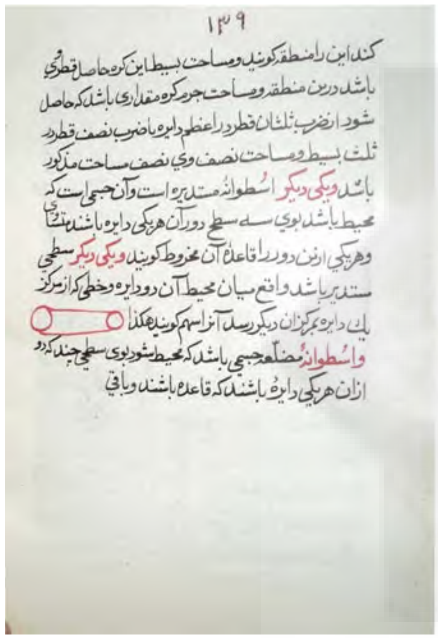
۱. با توجه به اینکه شیخ بهایی در خلاصة الحساب خود اتمام رساله‌ای به نام بحر الحساب را آرزو کرده و در بعضی آثار خود به آن ارجاع داده ولی از این رسالهٔ فارسی نامی نبرده و نیز اینکه شیخ بهایی معمولاً در آثار خود بعد از حمد و ثنا و درود بر پیامبر و خاندانش خودش را به طور کامل معرفی می‌کند ولی در این نسخه چنین نیست، انتساب قطعی این رساله به شیخ بهایی نیازمند شواهد محکم‌تری است (با سپاس از آقای یونس مهدوی که این نکته را یادآوری کردند).



تصویر صفحهٔ عنوان رسالهٔ فارسیه در حساب، نسخهٔ شمارهٔ ۲۷/۲ کتابخانهٔ فیض کاشانی



تصویر صفحهٔ آغاز نسخهٔ شمارهٔ ۲۷/۲ کتابخانهٔ فیض کاشانی



تصویر صفحهٔ پایان نسخهٔ شمارهٔ ۲۷/۲ کتابخانهٔ فیض کاشانی

روش تصحیح رساله

تصحیح رساله به شیوهٔ قیاسی بر اساس نسخهٔ یکتای موجود انجام شده است. هرگاه کلمه‌ای در نسخه نادرست بوده یا افتادگی داشته یا اضافه بوده در تصحیح رساله به‌صورت درست آمده است. هم‌چنین برخی از افتادگی‌های احتمالی داخل چنگک [ ] و برخی توضیحات داخل کمانک ( ) آمده و ابتدای هر صفحه با علامت // مشخص شده است. اعداد داخل [ ] شمارهٔ ردیف آنها در پی نوشت (توضیحات) است. همچنین از ذکر موارد زیر نیز خوداری شده است.

۱- در نسخه، فعل «است» هم به‌صورت جدا و هم به‌صورت پیوسته و همچنین حرف اضافهٔ «به» به‌صورت پیوسته نگارش شده است که در متن تصحیح شده به‌صورت جدا نوشته شده است.

۲- در نسخه، در تمام موارد، کلمات عربی که به حرف «ة» ختم می‌شوند هم با رسم الخط فارسی و هم با رسم الخط عربی کتابت شده است. مانند: «خارج القسمة، خارج القسمت و خارج قسمت» و «اضافة، اضافت». در متن تصحیح شده، این کلمات اگر همراه با «ال» بوده با رسم الخط عربی آمده مانند «خارج القسمة، حاصل النسبة، میزان القسمة» و اگر «ال» نداشته، با رسم الخط فارسی نوشته شده است مانند: «خارج قسمت، حاصل نسبت، اضافت و ...».

متن رساله:

بسم اللّه الرحمن الرحیم

الحمدللّه رب العالمین والصلوة علی رسوله محمد وآله أجمعین. بدان وفّقک اللّـه کـه داعـی مـر تحریر این مختصر را استدعای بعضی از مخادیم بود و آن مرتب است به سه قسم.

قسم اول در قسم معلوم و در وی مقدمه‌ای است و چند فصل.

اما مقدمه در بیان حدّ این علم و اشیایی که محتاج الیه است.

حساب علمی است که بدان، استخراج عددی مجهول کنند از معلوم.

و **عدد** چیزی است که مساوی نصف هر دو طرف خود باشد مثل ده که مساوی نصف نه و یازده است و مساوی نصف هشت و دوازده است و علی هذا؛ پس واحد عدد نباشد.

و **زوج** عددی است که به دو صحیح متساوی منقسم گردد مثل چهار و دو.

و **فرد** به خلاف این باشد مثل سه و پنج.

و **جزو هر عددی** آن باشد که از آن عدد صحیح بیرون آید مثل نصف و ربع از چهار.

و **عدد تام** آن باشد که اجزای وی [بعدالجمع] مساوی [وی] باشد مثل شش.

و **ناقص** آن باشد که اجزای وی بعد الجمع، ناقص باشد مثل هشت.

و **زاید** آن باشد که اجزای وی [بعد الجمع] زاید باشد مانند دوازده که او را نصف است و ثلث و ربع و سُدس و نصف سُدس و مجموع شانزده است.[۱]

و **کسر** بعض واحدی است از آن جهت که بعض او است مانند نصف، به نسبت با واحد و پنج، به نسبت با ده.

و **کسر مُنطِق** آن است// که تلفظ به وی توان کرد بی لفظ جزو مثل ثلث واحد و یکی از سه.[۲]

و **کسر اصم** آن است که تلفظ به وی نتوان کرد الّا به لفظ جزو مثل یکی از یازده.[۳]

و **کسر مفرد** آن است که نسبت وی با واحد، بـه نفسـه باشـد مثـل سُـدس و یکـی از سـیزده و مخرج این کسر، عددی باشد که یکی از آن عدد این کسر باشد مثل شـش بـا سـدس و سـیزده بـا یکی از وی.[۴]

و **کسر مضاف** آن باشد که نسبت وی به واحد، نَه به یک مرتبه باشد مثل نصف سدس واحد و مخرج وی عددی باشد که حاصل شود از ضرب مخرج اول در ثانی و اگر ثالثی باشـد حاصـل در مخرج ثالث و علی هذا؛ چنان‌که دو در شش ضرب کنی دوازده شود مخرج نصف سدس باشـد و چهل و هشت مخرج نصف سدس ربع باشد.[۵]

و **کسر مرکّب** آن باشد که نسبت وی به واحد نه به یک نسبت باشد مثـل ثُلثـان و مثـل ثلـث و

نصف و مخرج وی، مخرج أحد المثلین باشد اگر مثلان باشند مثل سه که مخرج ثلثان باشد و اگر اقل، اکثر را فانی می‌گرداند چون از وی اسقاط می‌کنند مرةً بعد اخری آن‌را «مُتداخلان» گویند و مخرج ایشان اکثر المخرجین باشد مثل ثُلث و سُدس که مخرج او شش باشد و اگر اقل، اکثر را فانی نمی‌گرداند بلکه چیزی می‌ماند؛ اگر آن‌چه می‌ماند یکی است آن‌را «مُتباینان» خوانند و مخرج// ایشان حاصل الضرب مخرج یکی باشد در آن دیگر مثل سدس و خُمس که مخرج ایشان سی باشد. و اگر آن‌چه باقی ماند دو باشد آن‌را «مُتوافقان بالنصف» خوانند و اگر سه باشد «متوافقان بالثلث» خوانند و علی هذا. مثل شش و هشت و مخرج ایشان حاصل الضرب نصف یکی در کل آن دیگر باشد در موافقت نصفی. مثل بیست و چهار و حاصل الضرب ثلث یکی باشد در کل آن دیگر در موافقت ثلثی مثل نُه و دوازده.[۶]

تذنیب: بدان که دینار و مثقال نزد فقیه به وزن هفتاد و دو جُو است معتدل، که هر دو طرفِ باریکِ وی قطع کرده باشند و درهم پنجاه جو و دو خمسِ جوی و نزد محاسبان، دیناری شش دانگ است و دانگی چهار طَسُوج و طسوجی چهار جو، پس دیناری نود و شش جو [است] به فرض، نه به وزن.

و اما بدان که مراتب، اصول است و فروع.

اصول آحاد است از یکی تا نُه و عَشرات است از ده تا نود؛ و مآت است از صد تا نهصد و هر یکی ازین در وضع خود عقدی است. پس یکی، یک عقد باشد و دو، دو عقد و ده، یک عقد و بیست، دو عقد و علی هذا.

و **فروع** الوف است و عشرات الوف و مآت الوف.

بدان که: حکمای هند نُه شکل وضع کرده‌اند. ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹ ابتدای آن از راست و اولِ مراتب را آحاد گویند و دوم، عشرات و سیّوم، مآت و چهارم، الوف// و علی هذا و هر یک ازین نُه، در اول مرتبه، علامت آحاد باشد و در دوم، علامت عشرات و در سیّوم، علامت مآت و در چهارم، علامت الوف و برین قیاس و در هر مرتبه که عددی نباشد صفری نهاده‌اند تا در مراتب غلطی واقع نشود مثلاً عشره بدین صورت باشد ۱۰.

و **جذر** هر عددی باشد که او را در نفس خود ضرب کنند و حاصل الضرب را مجذور گویند.

و **جذر اصم** عددی را گویند که شئ معین نباشد که چون او را در نفس خود ضرب کنند آن عدد حاصل شود مثل یازده.

و **[جذر] مُنطِق** آن باشد که چنین چیزی یافت شود مثل نُه که از ضرب سه در سه حاصل شود.

اما **فصل اول در ضرب** است و ضرب تضعیف أحد المضروبین است به عدد آن مضروب دیگر. مثل پنج در چهار که پنج، چهار باشد یا چهار، پنج و فی الجمله واحد را نسبت به یکی ازین

دو عدد دِه و عددی پیدا کن که نسبت آن مضروب دیگر به وی، مثل نسبت واحد باشد به مضروب اول. مثلاً نسبت پنج به بیست مثل نسبت واحد است به چهار یا نسبت چهار به بیست مثل نسبت واحد است به پنج. و در ضرب کسور تضعیف نیست بل تنقیص است.

[در **ضرب مفردات**:] پس هرگاه که مادون عشره را در مادون عشره ضرب کنی مضروب و مضروب فیه را// با هم جمع کن اگر زیادت از عشره نباشد ظاهر بود و اگر زیادت باشد آن‌چه زیادت باشد هر یکی را ده بگیر و بعد از آن از احد المضروبین تا ده بگیر و از آن مضروب دیگر تا ده بگیر و یکی را در آن دیگر ضرب کنی و اضافت کنی. مثلاً هشت در هشت هر دو را جمع کن شانزده شود بالای عشره هر یکی ده بگیر و از هشت تا ده، دو در آن دو دیگر ضرب کن چهار باشد اضافت آن کن شصت و چهار باشد.

و چون به ده رسید آن‌را ضرب عشرات گویند. از هر ده که در طرف مضروب فیه بود یکی بردار و از هر ده که در طرف مضروب است یکی دیگر بردار و در هم ضرب کن و به هر یکی از حاصل، صد بگیر. مثلاً پنجاه در پنجاه؛ پنج در پنج ضرب کن، بیست و پنج باشد به هر یکی صد بگیر دو هزار و پانصد باشد. و در ضرب مآت در مآت از هر صدی یکی بردار و در هم ضرب کن و به هر یکی ده هزار بگیر. مثلاً صد در صد، ده هزار باشد و دویست در سیصد، دو را در سه ضرب کن شش شود؛ شصت هزار باشد. و در ضرب الوف در الوف از هر هزاری یکی بردار و در هم ضرب کن و به هر یکی هزار هزار بگیر. مثلاً دو هزار در دو هزار، دو را در دو ضرب کن و بگو چهار هزار هزار. و ضرب عشرات در مآت از هر عشره یکی بردار و از هر مائة یکی// و در هم ضرب کن و به هر یکی هزار بگیر. مثلاً سی در سیصد، نه باشد نه هزار حاصل آید. و در ضرب عشرات در الوف به هر یکی ده هزار بگیر. مثلاً سی در چهار هزار دوازده باشد. هر یکی ده هزار گرفته صد و بیست هزار باشد. و در ضرب مآت در الوف به هریکی صد هزار بگیر. مثلاً چهار صد در پنج هزار بیست باشد به [هر یکی صد هزار گرفته، که می‌شود] دو بار هزار هزار.[۷]

و **در ضرب مرکبات**: مثل پانزده در پانزده یا پانزده در بیست و پنج یا بیست و پنج در بیست و شش یا صد و بیست و پنج در صد و سی و پنج.

قاعده آن است که این دو عدد را جمع کنی و [هر] عددی که خواهی از آن اسقاط کنی و به آن‌چه باقی ماند هر یکی را مثل مسقط بگیری و نظر کنی که مسقط از مضروب و مضروب فیه اقل است یا اکثر یا از یکی اقل و از دیگری اکثر. در آن دو اول، از مضروب تا مسقط و از مضروب فیه تا مسقط در هم ضرب کنی و اضافت اول کن و آن حاصل الضرب باشد و در سیّوم حاصل الضرب را از آن‌چه داری کم کن و آن باقی، جواب باشد.[۸]

مثال اول: پانزده در پانزده جمع کردیم سی شد بیست اسقاط کردیم ده ماند به هر یکی بیست

گرفتیم دویست شد و از مضروب تا بیست، پنج باشد و از مضروب فیه تا بیست هم پنج باشد. بیست [و] پنج// اضافت دویست کنیم حاصل، دویست و بیست و پنج شود.[۹]

مثال دوم: چهارده در چهارده جمع کنیم بیست و هشت شود. ده اسقاط کردیم هیجده ماند به هر یکی ده گرفتیم صد و هشتاد شد از هر چاردهی چهار ماند. چهار در چهار ضرب کرده، شانزده شد اضافت صد و هشتاد کردیم، صد و نود و شش گشت.

مثال سیّوم: دوازده در بیست و دو، مجموع سی و چهار باشد. بیست را اسقاط کردیم. به هر یکی از چهارده باقی، بیست گرفتیم دویست و هشتاد شد. و از دوازده تا بیست، هشت باشد و از بیست و دو تا بیست، دو باشد. دو را در هشت ضرب کردیم شانزده شد. از دویست و هشتاد کم کردیم دویست و شصت و چهار ماند و آن حاصل الضرب است.[۱۰]

و **طریق «یک‌دست» نزد محاسبان** آن است که چون عددی زاید بر عقدی در عددی زاید بر عقدی ضرب کنی اگر آن دو عدد مکرّر نباشد زاید احدی را اضافت آن دیگر کن و به هر یکی عقدی از عقد مذکور بگیری و زایدین را در هم ضرب کنی و اضافت گردانی. مانند پانزده در پانزده. بعد الاضافة بیست باشد. به هر یکی ده بگیر دویست باشد. حاصل الضرب پنج در پنج که بیست و پنج است، اضافت آن کن. پس دویست و بیست و پنج باشد.

و **اگر// هر دو مکرّر باشند**، اگر عدد عُقود ایشان متساوی باشد زاید یکی را بر آن دیگر افزای و مجموع مزید و مزید علیه را به عدد عقود مکرر گردان و به هر یکی یک عقد بگیر و زاید در زاید ضرب کرده، اضافت کن. مثل بیست و دو در بیست و سه؛ بعد از اضافت زاید بر دیگری بیست و پنج شود آن‌را دو بار مکرر کن پنجاه گردد به هر یکی ده گیر پانصد شود شش اضافت کنی تا جواب باشد.

و **اگر عدد عقود ایشان متساوی نباشد**، أحد المضروبین را به عدد عقد آن دیگر مکرر کن و زاید آن طرف دیگر را نیز به عدد عقد مخالف مکرّر کرده اضافت کن و به مجموع هر یکی عقدی گیر و حاصل الضرب زاید در زاید اضافه کن. پس حاصل سی و سه در چهل و چهار، هزار و چهار صد و پنجاه و دو باشد.

و اگر عقد یکی مکرّر باشد و یکی غیر مکرّر زاید غیر مکرّر به عدد عقود مکرّر گردان و اضافت مجموع مکرّر کن و به هر یکی عقدی بگیر و حاصل الضرب زاید در زاید اضافت کن. مانند ضرب پانزده در سی و پنج. پنج را سه نوبت اضافت سی و پنج کن پنجاه شود. به هر یکی ده گیر پانصد شود و پنج در پنج ضرب کن بیست و پنج باشد. اضافت کن تا جواب باشد. تمام شد طریق یک‌دست.[۱۱]

و اگر خواهی یکی را از مضروب یا مضروب فیه با نصف آور و آن دیگر را مضاعف کن یا یکی

را با ثلث آر و آن دیگر مثلث کن و علی هذا و// در هم دیگر ضرب کن. مثلاً در ضـرب شصـت در پنجاه، سی را در صد ضرب کن یا بیست را در صد و پنجاه یا پانزده را در دویست.

باب: بدان که از خواص عدد که متعلق است به ضرب، یکی آن است که اگـر اعـداد بـه نظـم طبیعی از اول عدّ کنند مثلاً یکی، دو، سه، چهار، پنج، اول را اضافت آخـر کـن و در نصـف آخـر ضرب کن که جواب باشد. یا آخر را مجذور ساز یعنی در نفس خودش ضرب کن و جذر را اضافت کرده، منصف ساز تا جواب باشد. مثلاً یکی، دو، سه تا ده، پنجاه و پنج باشد.[۱۲]

و یکی دیگر آن است که اگر به نظم طبیعی از اول اوتار (فردها) را عَدّ کنند مثلاً یکی، سه، پنج، هفت، نه، یازده، از هر عقدی واحدی را اخذ کن و مجذور گردان که جواب باشد پس درین مثـال سی و شش بود.[۱۳]

و این طریقه از مستنبطات بعضی از فضلای محاسب عصر اسـت و مؤلـف ایـن مختصـر نیـز بعضی از مستنبطات ثبت می‌گرداند.

اول آن‌که اگر اشفاع (زوج‌ها) را به نظم طبیعی از دو ابتـدا کننـد و گوینـد؛ دو، چهـار، شـش، هشت، ده مثلاً، از هر یکی، یکی جمع کرده، مجذور گردان و جذر، یعنی پـنج، اضـافت کـن کـه جواب باشد. پس درین مثال سی باشد.

دوم آن‌که اگر عشرات را به ترتیب از عشره عدّ کنند مثل ده، بیست، سی، چهل، پنجاه. بـه هـر عقدی یکی گرفته مجذور گردان بیست// و پنج شود و جذر اضافت کن و به هر یکی نصـف عقـد که عشرات است بگیر یا مبلغ را منصّف ساز و به هر یکی عقدی از عشرات بگیـر، جـواب صـد و پنجاه باشد.

سیّوم آن‌که اگر از عشره اوتار را عدّ کند به ترتیب، مثلاً ده، سی، پنجاه، هفتاد، نود عدد عقود را مجذور ساز و به هر یکی عشره بگیر پس دویست و پنجاه باشد.

چهارم آن‌که اگر اشفاع را از بیست به ترتیب عدّ کنند، عدد جذر را اضافت مجذور باید کرد تا عمل تمام شود. مثلاً بیست، چهل، شصت، هشتاد. چهار در چهار شانزده باشد چهار دیگر اضافت کند بیست شود به هر یکی ده گیرند دویست باشد.

پنجم اگر گوید صد، دویست، سیصد، چهارصد، پانصد، ششصد چند باشد، بـه هـر عقـدی واحدی را جمع کرده، مجذور گردان و جذر اضافت کن و به هر یکی نصـف عقـدی ازیـن مرتبـه بگیر یا مزید و مزید علیه را منصّف ساز و به هر یکی عقدی از مرتبه مآت، پس جـواب دو هـزار و صد باشد.

ششم اگر از اوتار به ترتیب از صد سؤال کنند مجذور را به هر یکی صد گیر.

هفتم اگر سؤال کنند از اشفاع به ترتیب از دویست. جذر را اضافت [مجذور] کن و به هر یکی

عقدی [از مرتبهٔ مأت] بگیر و بدان که در هزار و مابعد وی هم بدین طریق بیرون توان آورد و خوفاً للسامة (برای پرهیز از سردرد) به مذکور اکتفا کردیم و غالباً درین قواعد کسی بر مؤلف سابق نیست والله أعلم.// [۱۴]

و **از خواص عدد** آن است که اگر کسی سؤال کند که ده عدد مثلاً که ابتدای آن از یکی باشد و به دو، دو زیادت شود آخرش کدام عدد باشد. **قاعده** آن است که سمّی آن عدد که سائل گفته باشد (تعداد عددها) بگیری و یکی از وی کم کنی درین صورت نُه شود و آنرا در فضل، که درین صورت دو است، ضرب کنی هیجده شود و اول عدد که درین صورت، یکی است بر آن افزایی نوزده شود، جواب باشد. [۱۵]

و اگر سؤال کنند که مجموع چند باشد بر عدد آخرین که نوزده است عدد اول که درین صورت واحد است زیادت کن و مجموع را که بیست باشد در نصف سمّی که پنج باشد ضرب کن حاصل که صد است جواب باشد. [۱۶]

فصل [اول در ضرب]: در ضرب کسور قاعده‌ای است که یکی را از آن دیگر بگیرند، مثلاً ثلث در نصف، ثلثِ نصف بگیرند یا نصفِ ثلث که سُدس باشد یا مخرج أحد الکسرین را در مخرج آن کسر دیگر ضرب کنند درین صورت حاصل شش باشد و عدد (صورت) أحد الکسرین را در عدد آن کسر دیگر ضرب کنند و حاصل ثانی را که درین صورت یکی است نسبت دهند به حاصل اول، نسبت سدسی باشد، سدس واحد حاصل الضرب باشد. و در ضرب نصف و ثلث در نصف و ثلث حاصل [اول] سی و شش باشد و حاصل دوم// بیست و پنج. چه عدد هر یکی از کسرین از مخرج وی، پنج است، نصف به سه و ثلث به دو، و نسبت ثانی به اول به ثلثان و سدسِ سدس است. پس حاصل الضرب، ثُلثانی و سدسِ سدس واحدی باشد.

در ضرب صحاح در کسور یا کسور در صحاح قاعده آن است که مثل آن کسور از صحاح بگیری. پس ضرب نصف در واحد، نصف وی باشد و ضرب نصف و ربع و ثلث و سدس در دوازده، پانزده باشد.

در ضرب صحاح و کسور در صحاح و کسور یا در صحاح فقط یا در کسور فقط قاعده آن است که بسط کنی و مراد به بسط آن است که مخرج کسور که باشد در صحاح ضرب کنند و عدد (صورت) آن کسور از مخرج وی اضافت کنند. پس اگر گویند که چهار و نصف و ثلث را بسط کن؛ شش که مخرج کسور است در چهار ضرب کن؛ بیست و چهار شود و عدد کسور که پنج است از شش که مخرج است بگیر و اضافت مجموع کن؛ بیست و نه باشد. و چون خواهی که بدانی که این بیست و نه از چه کسر است واحدی را نسبت ده به مخرج کسور آن چه باشد آن عدد آن کسر باشد. درین صورت یکی از مخرج سدس است. پس این بیست و نه سدس باشد و چون بسط کردی اگر

صحاح و کسور در صحاح و کسور بود یا در کسور بود یا ضرب کسور در کسور آید و کیفیت// آن دانستی. و اگر ضرب صحاح و کسور در صحاح بود مثل دو و نصف در دو. منقلب شود به ضرب کسور در صحاح مثل آن‌که درین صورت ضرب پنج نصف باشد در دو. پنج بار نصف دو بگیر که حاصل الضرب باشد.

اما **فصل دوم در قسمت** است و قسمت عبارت است از طلب مقداری که نسبت آن مقدار به مقسوم، مثل نسبت واحد باشد به مقسوم علیه.

طریق معرفت وی آن است که واحد را نسبت دهی به آن‌چه بر وی قسمت می‌کنی و بدین نسبت از مقسوم بگیری. مَثَل بیست و پنج را که بر پنج قسمت می‌کنی واحد را نسبت دِه به پنج و آن، خمس وی است. خمس بیست و پنج بگیر که پنج است تا جواب باشد. و در قسمتِ نصفی بر ثلثی، یکی و نصفی باشد. و اگر خواهی مقسوم علیه را از مقسوم مرّة بعد آخری اسقاط کن و به هر نوبتی یکی بگیر و اگر چیزی بماند که مقسوم علیه را از وی اسقاط ممکن نباشد آن‌را نسبت ده به مقسوم علیه و بدین نسبت از واحد اضافت مأخوذ کن آن‌چه حاصل شود جواب باشد. مثلاً بیست و دو را بر پنج قسمت می‌کنی پنج را چهار نوبت اسقاط کردی از بیست و دو و دو را به پنج نسبت دادی، دو خمس وی است. بگو حاصل القسمة چهار و دو خمس یکی باشد.

و در قسمت کسور بر کسور// یا بر صحاح یا بر کسور و صحاح و در قسمت صحاح بر کسور یا بر صحاح و کسور و در قسمت صحاح و کسور بر صحاح یا بر کسور یا بر صحاح و کسور، اگر خواهی مخرج کسوری که در مقسوم و مقسوم علیه باشد فراگیر و مقسوم را در وی ضرب کن و نگاه دار و مقسوم علیه نیز در وی ضرب کن و بعد از آن حاصل اول را بر حاصل ثانی قسمت کن بر طریقهٔ قسمت صحاح بر صحاح، و حاصل القسمة جواب باشد. و اگر حاصل اول اقل باشد از حاصل ثانی، او را به ثانی نسبت دِه و بدان نسبت از واحد بگیر تا جواب باشد.

مثال اول: خارج القسمة نصفی و ثلثی بر ربعی و سدسی دو باشد، به واسطهٔ آن که مخرج این چهار کسر دوازده باشد و نصف و ثلث که مقسوم است در دوازده، [دَه] باشد و ربع و سدس در دوازده، پنج باشد و در قسمت ده بر پنج، خارج دو باشد.

مثال دوم: نصف و سدس بر دو، خارج القسمة دو دانگ باشد به واسطهٔ آن که مخرج کسور شش است و حاصل الضرب اول چهار باشد و حاصل الضرب ثانی دوازده و اول ثلث ثانی است.

مثال سیّوم: نصفی و ثلثی بر دو و نصفی. پنج را نسبت دهیم به پانزده، ثلثی باشد و هو خارج القسمة.

مثال چهارم: قسمت دو بر نصفی و سدسی. دوازده را بر چهار قسم کنیم// خارج القسمة سه باشد. و لمیّت (چرایی، کیفیت) وی آن است که مثل این قسمت طلب نصیب واحد تام است یعنی چون نصفی و سدسی را دو رسد؛ واحد تام را سه رسد.

مثال پنجم: دو بر دو و نیم از نسبت چهار به پنج اربعه[1] أخماس واحد باشد و معنی این سخن آن باشد که چون دو زاید[2] و نیم را دو رسد یکی را چهار خمسِ یکی رسد.

مثال ششم: دو و ثلث بر دو، خارج یکی و سدسی باشد به‌واسطهٔ قسمت هفت بر شش.

مثال هفتم: دو نیم بر ثلث، هفت و نیم باشد به‌واسطهٔ قسمت پانزده بر دو و لمیّت آن معلوم شد.

مثال هشتم: سه و نصفی بر دو و ثلثی. خارج یکی و نصفی باشد به‌واسطهٔ قسمت بیست و یک بر چهارده.

و اگر خواهی که اطلاع یابی بر صحت عمل و فساد وی خارج قسمت را در مقسوم علیه ضرب کن. اگر حاصل الضرب مثل مقسوم باشد، عمل صحیح باشد و الّا فاسد (غلط). و ایـن را **میـزان القسمة** گویند.

اما **فصل سیّوم در نسبت** است و نزد حُسّاب او را اطلاق بر دو شئ می‌کنند.

یکی اَیّیَة أحد المتجانسین عن الآخر یعنی جَبی (گرفتن، اخذ کردن) یکی از دو متجانسین از آن دیگر و خارج، تارة (گاهی) از اجزای منسوب الیه باشد مثل نسبت پنج با پانزده و سدس با نصـف که گوییم ثلث وی است و تارة از امثال منسوب الیه// باشد مثل نسبت دوازده با چهار و نصـف بـا سدس که سه مثل وی باشد، و تارة هم از اجزای باشد و هم از امثال. مثل نسبتِ پانزده بـا شـش و سدس و ربع با سدس که دو مثل و نصف است.[۱۷]

و **دوم** طلب نصیب واحد تام است از منسوب الیه نزد توزیع منسوب بر آحاد منسوب الیه علی السّویة و خارج ابداً (همیشه) از اجزای واحد باشد مثل نسبت سه با دوازده و نسبت ثمن[3] با نصف که ربع واحد باشد و این وقتی باشد که منسوب الیه اکثر باشـد از منسـوب و ایـن نـوعی اسـت از قسمت و میزان القسمة تو را مطلع گرداند. برین معنی اگر مُوَزِّع (قسمت کننـده) کم‌تـر باشـد او را منسوب گویند و الّا مقسوم.[۱۸]

و بدان که هر عددی که او را یکی از چهار کسر که نصف و ثلث و خمس و سُبع است صحیحاً هست یا نه، اگر نیست او را «عدد اصـم» و «اول» گوینـد؛ به‌واسـطهٔ آن‌کـه هـیچ از کسـور تسـعه (نُه‌گانه) که از نصف است تا به عُشر نداشته باشد و نسبت به وی به جزوی از وی باشد مثل یازده[4] و سیزده و اگر یکی از کسور اربعه دارد خالی نیست که او را صحیحاً قسمت بر عددی اصم می‌تـوان کرد یا نه. اگر نمی‌توان کرد او را «مُنطق»[5] و «مفتوح» و «ثانی» گویند. و نسبت به وی بـه یکـی از

۱. نسخه: از بعد.
۲. نسخه: + کسر.
۳. نسخه: ربع.
۴. نسخه: پانزده.
۵. نسخه: + و منطق.

کسور[۱] تسعه باشد. مثل دوازده که نسبت به وی به نصف و ثلث و غیرهما باشد. و چون خواهی که نسبت عددی به وی دهی او را قسمت کن بر عشره یا تسعه// یا ثمانیه و علی هذا و آن‌چه بیرون آید قسمت کن هم بر عشره یا مادون وی. بعد از آن خارج را بر عشره یا مادون و علی هذا تا بـه واحـد رسد. پس معلوم شود که آن عدد منطق حاصل الضرب این کسور بعضی در بعضی است. مثلاً صد و بیست بر ده قسمت کردیم دوازده خارج است و دوازده بر[۲] نه و هشت و هفت قسمت نمی‌گـردد[۳] بر شش قسمت کردیم. خارج دو است و دو بر دو قسمت کردیم که مخرج نصف است خارج یکی بود. پس صد و بیست حاصل الضرب نصفِ سدسِ عُشر باشد و نسبت یکی به وی نصفِ سـدسِ عُشر باشد.[۱۹]

و اگر نسبت جزوی ازین مخارج به وی (۱۲۰) دهی آن نسبت را زیادت کنی مثل نسبت سه به وی (۱۲۰) بگویی نصفِ نصفِ عشر یعنی ربع عشر، و نسبت پنج بـه وی بگـویی نصـفِ نصـفِ سُدس یعنی ثلث ثُمن، و این را «تلخیص» گویند که اِتیان (انجام دادن، آوردن) تمامی بـه عـددی اقل باشد و تقریب آن باشد که کسر اعظم را مقدم داری بر کسر اصغر مثل آن‌که گویی تُسع عُشر و نگویی عشر تسع و اگرچه خللی از روی معنی نیست.[۲۰]

و اگر قسمت بر عددی اصم می‌توان کرد او را «مشـترک» گوینـد و وی البتـه حاصـل الضـرب عددی اصم باشد در عددی مُنطق که مخرج آن کسر است که او را است مثل صد و ده که حاصـل است از ضرب ده در یازده و تارةً (گاهی) نسبت به وی (۱۱۰) به یکی// از کسور تِسـعه باشـد مثـل نسبت یازده به وی (۱۱۰) که عُشر است؛ و تارةً به اجزا، مثل ده که جزوی است از یـازده جـزو[۴] از صد و ده.[۲۱]

و اگر خواهی که نسبت دهی[۵] عدد اصم به یکی از کسور تسعه تقریباً، عددی طلب کن که چون اضافت آن اصم کنی، مُنطق گردد و چون اسقاط کنی هم، منطق باشد و منسوب را یـک نوبـت بـه منطق اول نسبت دِه و یک نوبت به منطق دوم و نصف هر دو نسبت بگیر که جواب باشد تقریباً. یـا نصف منسوب را یک نوبت به این نسبت دِه و یک نوبت به آن و نسبتین را جمع کن که جواب باشد. مثلاً چهار را نسبت می‌دهی به یازده یکی اضافت یازده کن تا منطق شود [و یکی کم کن تـا منطـق شود سپس نصف هر دو نسبت بگیر] و نسبت بدیشان دِه و بگو خمس و سدس است تقریباً.[۲۲]

و اگر سائلی گوید که خمس و سدس چند باشد، قاعده آن است که اگر آن کسور از یک مخرج

۱. نسخه: کوثر.
۲. نسخه: + ده و.
۳. نسخه: نمی‌کرد.
۴. نسخه: + و.
۵. نسخه: + به.

باشند با هم ضم[1] (جمع) کنی جواب باشد مثل دو ثُمن و سه ثُمن با هم ضم (جمع) کنی پنج ثُمن باشد یعنی نصف و ثُمن بود. و اگر از یک مخرج نباشد عدد (صورت) احد الکسرین را در مخرج آن دیگر ضرب کنی و عدد آن [کسر] دیگر در مخرج آن دیگر و به هم ضم کنی و باز مخرج یکی [از کسرها] را در آن مخرج دیگر ضرب کنی و مجموع را برین قسمت کنی و اگر کم‌تر باشد نسبت دهی. خارج القسمة یا حاصل النسبة جواب باشد. پس خمس و سدس چون اَوَلَین (دو مخرج اول) را // جمع کردی یازده بود و حاصل الضرب مخرج در مخرج سی بود و نسبت اول به وی به ثلث [و] ثلث عشر بود. مجموع ثلث و ثلث عشر واحد باشد. و خمسة أسداس مع سبعة أثمان یکی و ثلثان و ثلث ثمن یکی باشد به واسطهٔ قسمت هشتاد و دو بر چهل و هشت. و جمع ثلاثة أخماس و نصف خمس با ثلاثة أسداس و نصف سدس یکی باشد و ربع و خمس سدس یکی به‌واسطهٔ آن که مخرج ثلاثة أخماس و نصف خمس ده است و مخرج ثلاثة أسداس و نصف سدس دوازده و عدد اول و ثانی هر یک هفت است و مجموع حاصل الضرب عدد احدی در مخرج آن دیگر صد و پنجاه و چهار است و حاصل الضرب مخرج در مخرج صد و بیست است و بعد از قسمت اول بر ثانی خارج آن مذکور باشد.[۲۳]

و بدان که تحویل کسور آن باشد که کسری با کسری دیگر نقل کنی تا بدانی که یکی چه مقدار است از آن دیگر. قاعده آن است که عدد آن کسر که نقل وی مراد است در مخرج محولٌ الیه ضرب کنی و حاصل را بر مخرج کسر محوّل قسمت کنی و اگر بقیه بماند که کم‌تر از مخرج باشد به مخرج نسبت دهی و آن‌چه حاصل شود از جنس کسر محوّلٌ الیه بگیری. پس اگر گویند پنج سدس چند سُبع باشد بگو پنج سُبع و پنج سدس سُبعی، به‌واسطهٔ آن‌که پنج را در هفت ضرب کردیم سی و پنج شد و او را بر شش قسمت کردیم خارج // پنج و پنج سدس بیرون آمد؛ مثل آن از سُبع گرفتیم و جواب گفتیم.[۲۴]

و اگر دو کسر باشد از مخارج مختلفه و[2] خواهی که بدانی که چه مقدار است از فلان کسر، هم بدین طریق توان که هر یکی علی الانفراد بدان کسر بری و با هم جمع کنی.[۲۵]

اما **فصل رابع** در ابحاثی چند است متفرقه که محاسب را نافع له.

[بحث] اول در اربعه اعداد متناسبه و آن چهار عدد [است] که نسبت اول به ثانی مثل نسبت ثالث باشد با رابع؛ مانند دو و سه و چهار و شش که نسبت دو با سه مثل نسبت چهار است با شش و شاید که بگوییم که نسبت رابع با ثالث مثل نسبت ثانی است به اول. و هرگاه که یکی از طرفین

---

۱. نسخه: ضرب.
۲. نسخه: را.

مجهول باشد وسطین را در هم ضرب کرده بر طرف معلوم قسمت کنیم خارج القسمة آن، طرف مجهول باشد. و اگر یکی از وسطین مجهول باشد طرفین را در هم ضرب کرده بر وسطِ معلوم قسمت کنیم خارج، وسطِ مجهول باشد.[۲۶]

و اگر خواهیم بگوییم که چون اول مجهول باشد ثالث را نسبت به رابع دهیم و از ثانی هم بدین نسبت فرا گیریم که اول باشد. و اگر مجهول ثانی باشد اول را به ثالث نسبت دهیم و هم بدین نسبت از رابع فرا گیریم. و اگر مجهول رابع باشد ثالث را به اول نسبت دهیم و از ثانی هم بدین نسبت فرا گیریم و علی هذا القیاس.

اگر سؤال کنند// که نرخ انگور صد من به دوازده دینار است، پنج من به چند باشد؛ عدد اول مُسَعَّر است که صد است و عدد دوم سِعر است که دوازده است و عدد سیّوم مُثمّن است که پنج است و عدد چهارم ثَمَن است و مجهول. پس وسطین که دوازده و پنج است در هم ضرب کنیم و بر اول که صد است قسمت کنیم خارج، سه خمس دیناری باشد و این رابع است که ثَمَن پنج من است. و اگر گوییم که نسبت پنج با صد، نصفِ عُشر است، پس نصف عُشر دوازده که شش عُشر باشد یعنی سه خُمس شاید. و اگر بدین عبارت گوید که چند من به پنج دینار باشد، مجهول ثالث باشد که چهل و یک من و ثُلثان منی باشد. و اگر گوید بیست و پنج من به سه درهم پس بهای صد من به چند باشد؛ گوییم دوازده درهم و اگر گوید چند من به دوازده درهم باشد گوییم صد من.[۲۷]

و اگر گوید جامه‌ای است ده گز طول وی و سه زرع و سه چهار یک پهنا به دوازده دینار قیمت؛ قطعه[ای] از وی که طول وی دو گز و نیم باشد و عرض، یک گز و چهار یکی، به چند باشد، رابع مجهول است.

قاعده در مثل این صورت، آن است که طول را با مثل کسر عرض آوری که ربع است و عرض نیز با مثل کسر خود کنی هم در ثوب هم در قطعه و کسور طول ثوب در کسور عرض وی ضرب کنی و در قطعه// نیز هم آن عمل کنی. پس کانّک که سائل سؤال کرده است که ششصد به دوازده دینار، قیمت پنجاه [به] چند باشد. وسطین که دوازده است و پنجاه، در هم ضرب کن ششصد باشد. چون بر اول که ششصد است قسمت کنی خارج، یکی باشد و آن ثَمَن قطعه است.[۲۸]

و اگر گوید اجیری که هر ماه به ده درهم کار کند؛ دوازده روز چه اجرت داشته باشد، رابع مجهول است و خارج، چهار است.

و اگر گوید چند روز عمل بر وی واجب باشد به سه درم، مجهول ثالث باشد و آن نُه روز است.

و اگر گوید اجیری است که اجرت یک ماههٔ او پنج درهم و ثوبی و خاتمی است و ده روز کار کرد و مستحق جامه شد و چهار روز کار کرد و مستحق انگشتری شد، قیمت هر یک از ثوب و خاتم چند باشد؛ بگو نسبت باقی شهر (ماه) که شانزده است و به منزلت مسعّر، به اجرت وی که به

منزلت سعر است و آن پنج است مثل نسبت ده روز است به اجرت وی و مثل نسبت چهار روز است به اجرت وی. پس وسطین را در هم ضرب کنند و بر اول قسمت کنند قیمت ثوب سه درم و ثُمنی باشد و قیمت خاتم درمی و ربعی.[۲۹]

اگر پرسند که شش انار به یک درم خرید و پنج [انار] به یک درم باز فروخت و ده درم سود کرد رأس المال (سرمایه) چند باشد. گوییم پنجاه درم.// به‌واسطهٔ آن‌که رِبح (سود) هر درمی مثل خمس آن درم است پس نسبت فضل سته بر خَمسه به خمسه مثل نسبت ربح معلوم است که آن عشره است به رأس المال پس درین موضع، رابع مجهول است. وسطین که پنج و ده است در هم ضرب کنیم و بر عدد اول که فضل میان خمسه و سته است قسمت کنیم، خارج القسمة جواب باشد.[۳۰]

و اگر سؤال کنند که هفتاد عدد، مثلاً بعضی مردان و بعضی دراهم. چون قسمت کردند؛ هر مردی را دو درهم و نصفی رسید. چند مرد باشد و چند درهم؟ قاعده آن است که عددی فراگیری مثلاً درین صورت ده فراگیریم و هر یک را مثل خارج القسمة بدهیم مجموع سی و پنج شود و بگوییم نسبت آن عدد به مجموع عدد و آن بر ایشان قسمت کردی مثل نسبت آن مجهول باشد به مجموع آن هفتاد.[۳۱]

و اگر گوید که شصت عدد، بعضی دراهم و بعضی دنانیر و بعضی رجال و بعد از قسمت، هر کسی را دو درم رسید و سه دینار. قاعده آن است که عددی بگیری مثلاً واحد و بگویی چون رجال واحد باشد دراهم دو باشد و دنانیر سه و مجموع شش باشد و نسبت واحد به وی (شش) مثل نسبت رجال مجهول به ستین و هو عشره. پس دراهم بیست باشد و دنانیر سی باشد.//[۳۲]

و اگر سؤال کنند که حوضی است و سه نهر در وی می‌آید یکی او را به یک روز پر کند و یکی به دو روز و یکی به سه روز و همه در حوض گشودند به چه مقدار روز پر کند؟ قاعده آن است که مجموع روزها بگیری مثلاً در این صورت شش است و نظر کنی که درین مدت چند نوبت پر شود یازده نوبت باشد. پس گویی نسبت شش با یازده مثل نسبت زمان مجهول است به واحد. پس شش جزو از یازده جزو از روزی پر کند.[۱] یعنی [سیزده] ساعت و یک[۲] جزو از یازده جزو از ساعتی.[۳۳]

بحث ثانی در استخراج اعداد مُضمَره (پنهان، مخفی)**:** او را امر کن که آن مقدار را دو قسمت کند و هر یکی، در نفس خود ضرب کند و مربّعین را جمع کرده نگاه دارد و یکی از قسمین اولین در ضِعف (دو برابر) آن دیگر ضرب کند و اضافت مربعین کند و بگوید که مجموع چند است. چون معلوم کرده باشی، جذر مبلغ بگیر که آن عدد مضمر باشد.[۳۴]

۱. نسخه: + یعنی شش ساعت و شش جزو از یازده جزو از روزی پر کند.
۲. نسخه: شش.

و اگر خواهی با واحد عملی چند بکن از ضرب و قسمت. مثلاً واحد را در دو ضرب کردی دو شد و دو را در سه ضرب کردی شش شد و شش را بر دو، قسمت کردی سه خارج شد. مضمر را همین عمل به ترتیب بفرمای و بگو آن‌چه داری در دو ضرب کن و آن‌چه حاصل شد در سه ضرب کن و آن‌چه حاصل شد// بر دو، قسمت کن. چون عمل کرده باشد آن خارج که تو داری بگو تا از آن‌چه سائل مضمر دارد اسقاط کند و به هر نوبت یکی می‌گیر. و اگر گویند اسقاط نمی‌توان کرد سؤال کن که چه مقدار است. آن‌چه باشد او را نسبت دِه به خارج القسمة که داری و بدان نسبت از واحد اضافت مأخوذات کن که مجموع آن، عدد مضمر باشد.

بحث ثالث در ابراز خاتم: اگر یکی از جماعتی انگشتری را به‌دست یکی دهد و خواهی بدانی که به کدام شخص داده است بگو تا واضع انگشتری از نفس خود تا آن شخص که انگشتری دارد بشمارد از طرف راست. چون شمرده باشد به طریقهٔ مضمره بیرون آورد که چند است و چون معلوم شد از یمین وی بشمار تا بدان کس که انگشتری دارد.[۳۵]

و اگر خاتم در یک دست بنهد و سؤال کند که در کدام دست است بفرمای که در آن دست که خاتم دارد عدد زوج بنهد و در آن دیگر عددی فرد بنهد و بعد از آن بگو آن‌چه در یمین (راست) داری در عددی زوج ضرب کن و حاصل[۱] را جمع کن با آن‌چه در یسار (چپ) داری. چون جمع کرده باشد سؤال کن که زوج است یا فرد. اگر گوید که زوج است، در یسار باشد و اگر فرد است، در یمین.

و اگر خواهی خلط کنی که حریف نداند، بفرمای تا آن مجموع را مُنصّف سازد.// اگر کسر باشد خاتم در یمین باشد و اگر کسر نباشد در یسار.

بحث رابع در استخراج اقاریر[۲] دوری: اگر کسی گوید لزیدٍ علیّ عشرة و نصف مال عمرو علیّ و لعمرو علیّ عشرة و نصف مال زید علیّ، به عطف در هر دو یا به استثناء در هر دو و یا در اول عطف و در ثانی استثناء یا در اول استثناء و در ثانی عطف و کسر آن و مقدار آن متفقند. یا گوید لزیدٍ علیّ عشرة و ثمن مال عمرو و لعمرو عشرون و نصف مال زید علیّ به عطف یا استثناء یا اول به عطف و ثانی به استثناء یا به عکس و کسر آن و مقدار آن مختلفند. یا گوید لزید علیّ عشرة و نصف مال عمرو و له عشرة و ثمن مال زید به عطف یا استثناء یا اول به عطف و ثانی به استثناء و به عکس آن و کسر آن مختلف و مقدار آن متفق. یا گوید لزید علیّ عشرة و نصف مال عمرو و له عشرون و نصف مال زید علیّ به عطف یا استثناء یا اول به عطف و ثانی به استثناء یا به عکس و مقدار آن مختلف و کسر آن متفق.[۳۶]

۱. نسخه: مجموع.
۲. جمع اقرار [به اینکه مال کسی نزد گوینده است].

قاعدهٔ عامه، در جواب مجموع آن است که مقدار و کسر آن کس که آخراً مذکور است مثل کسر من قَبلهُ فرا گیری و اضافت مقدار من قَبلهُ کنی در صورتی که کسر وی به عطف است. و ناقص گردان از مقدار اگر کسر من قَبلهُ به استثناء است. بعد از آن نظر کنی// که من قبله را چه حاصل شد و از مجموع مثل کسر آن کس که پیش از وی است فرا گیری و در عطف اضافت مقدار آن کس که پیش از وی است نکنی و در استثناء ناقص گردانی و هم این عمل می‌کن تا به مقر له اول رسی و البته آن‌چه مقر له او را حاصل باشد کسری باشد یا معطوف بر حاصل یا مستثنی از حاصل. در صورت عطف آن حاصل بی اعتبار کسر قسمت کن بر مخرج آن کسر که با وی است. اما بعد از آن که مثل آن کسر از مخرج کم کنی،[1] آن‌چه حاصل شود در تمام مخرج ضرب کن که حاصل الضرب مقر به اول، مقر له اول باشد و در صورتی که کسر از حاصل مستثنی است، حاصل را بی اعتبار کسر بر مخرج آن کسر بعد از اضافت آن کسر به مخرج، قسمت کن و خارج القسمة را در تمام مخرج ضرب کن تا حاصل الضرب مقر به، مقر له اول باشد. و چون مال اول معلوم شد، مال غیر اول معلوم شود. پس در صورت اولی از چهار اول نصف ده و نصف نصف [مال زید] پنج و ربع [مال زید] باشد. اضافت مقدار زید کردیم پانزده [نصف] و ربع مال زید باشد. پانزده را بر سه که باقی از مخرج ربع است قسمت کردیم. خارج را که پنج است در چهار که مخرج ربع است ضرب کردیم حاصل الضرب بیست باشد. و آن// مال زید است. پس مال عمرو نیز بیست باشد. و در صورت ثانیه، پنج الّا ربع مال زید از مقدار زید کم کنند پنج بماند و ربع مال زید. پنج را بر سه، قسمت کنیم خارج یکی و ثلثان یکی باشد او را در تمام مخرج که چهار است ضرب کنند حاصل شش و ثلثان باشد و آن مال زید است پس مال عمرو نیز سته و ثلثان باشد. [۳۷]

بحث خامس در طریق عکس (تحلیل و ترکیب): اگر سوال کنند که کدام عدد است که چون یک مثل وی یا دو مثل وی یا سه مثل یا بیشتر بر وی زیادت کنند یا نصف یا ثلث یا غیر آن زیادت کنند، یا مقداری معلوم مثل دو یا سه یا غیر آن زیادت کنند، بعد از آن از مبلغ، مقداری معین مثل دو یا سه یا بیشتر یا جزوی مثل ثلث یا ربع یا خمس یا غیر آن ناقص کنند، بعد از آن زیادت کنند بر مبلغ از اجزاء یا از امثال، و بعد از آن ناقص کنند و علی هذا و چندین بماند.

قاعده آن است که نظر کنی که با سائل بعد از تمام عمل از زیادت و نقصان چیزی مانده است یا نه. اگر مانده است، آن مقدار را بگیری و اگر نمانده است آخر عمل سائل را بگیری و در هر صورت جمیع عملی که سائل کرده است تو نیز با آن مقدار بکنی اما به عکس از آخر بگیری. و اگر وی زیادت// کرده تو ناقص کنی و اگر ناقص کرده تو زیادت کنی به ترتیب از آخر به اوّل آیی به شرط

۱. نسخه: + و.

آن‌که رعایت نسبت اجزاء بعد الزیاده نکنی. یعنی مخرج آن کسر بگیری و مثل آن کسر اضافت مجموع کنی و آن کسر را نسبت به مجموع مزید و مزید علیه دهی و آن نسبت ناقص گردانی از آن مبلغ بعد الزیاده و رعایت نسبت بعد از نقصان نیز نکنی. یعنی مخرج را فرا گیری و مثل کسر را از وی اسقاط کنی و کسر را به باقی نسبت دهی و بدین نسبت از مبلغ بر مبلغ زیادت کنی.[۳۸]

پس اگر گوید در مال خود به هر درمی، درمی سود کردم و از حاصل، سه درم بـه صـدقه دادم، بعد از آن به هر درمی دو درم سود کردم و از حاصل پنج درم صدقه کردم، بعد از آن به هر درمی سه درم سود کردم و ده درم به صدقه دادم و دو درم باقی ماند، رأس المال چند بوده باشد؛ دو درم را بگیر و ده درم که سائل کم کرده بود زیادت کن؛ دوازده شود و پیش ازین وی به هر درمی سـه درم سـود کرده بود پس سود، ثلاثهٔ ارباع مجموع باشد تو سه ربع دوازده کم کن سه بماند و سائل پیش ازیـن پنج درم صدقه کرده بود تو زیادت کن هشت شود و وی پیش از این به هر درمی دو درم سود کـرده بود و سود ثلثان مجموع باشد. تو ثلثان هشت که پنج و دو دانگ باشد کم کن دو و دو ثلث// بماند و سائل سه درم صدقه کرده بود، تو زیادت کن. پنج و دو ثلث شود و وی به هر درمی، درمـی سـود کرده بود پس ربح (سود) نصف مال بوده باشد. تو از پنج و چهار دانگ نصف کـم کـن، دو و پـنج دانگ بماند و این رأس المال باشد که چون آن عمل بکند دو درم باقی ماند.[۳۹]

و اگر گوید درمی چند داشتم و کسی ثلث آن از من بستد و کسی دیگر چهار درم بستد و شش درم باقی ماند، مال چند بوده باشد؟ تو بر شش، چهار زیادت کن ده شود، و مخرج ثلث سه است و کسر از وی فرا گیر که یکی است و نسبت بدان دَه باقیِ دِه نصف باشد. نصف ده بر ده زیادت کـن پانزده شود و هو رأس المال.[۴۰]

و اگر گوید مالی را مضاعف کردم و از وی یک درم ناقص گردانیدم بعد از آن مضاعف کـردم و از وی درمی کم کردم و ده درم ماند اصل مال چند باشد؟ چون بر ده یکی زیادت کنی یـازده شـود منصّف گردان پنج و نیم شود و یکی زیادت کن و منصّف ساز سه و ربعی شود و هو الجواب.[۴۱]

بحث سادس در طریق خطأین

بدان که خطأین دو نوع است. یکی آن‌که در اثنای سؤال عددی مقدّر معلوم نباشد بلکه در آخر سؤال باشد و این قسم به یک خطا بیرون آید؛ به‌واسطهٔ آن‌که عاید شود به اعداد اربعهٔ متناسبه. مثلاً گوید که// زید را بر من چندان است که چون خمس وی بر وی زیادت کنند هفت شود. و قاعده آن است که عددی که خواهی فرا گیری اما رعایت مناسبت مقام بکنی تا بسیار حساب نباید کرد و آن عدد را نام مأخذ کنی. مثلاً درین صورت خَمسه که خُمس دارد فرا گیری و این عملِ سائل کرده بکنی. اگر عدد که مطلوب است حاصل شد، فبها؛ و إلّا آن حاصل ثانی که شش است خطـا باشـد و نسـبت مأخذ به این خطا مثل نسبت مجهول باشد به آن مقدار معلوم در آخر سؤال. و مأخـذ پـنج سـدس

خطا است؛ می‌باید که مجهول پنج سدس هفت باشد یا پنج را در هفت ضرب کنند سی و پنج شود و بر وسط که شش است قسمت کنند خارج قسمت مجهول باشد و آن پنج و پنج سدس باشد.[۴۲]

و اگر گوید مالی را که ثلث وی بر وی زیادت کردیم و از مبلغ، خمس وی کم کردیم و باقی را در شش ضرب کردیم بیست شد چند باشد؟ عددی که نه است فرا گیریم و ثلث زیادت کنیم. دوازده باشد. خمس کم کردیم، نه و سه خمس ماند. در شش ضرب کردیم، پنجاه و هفت و سه خمس شد. گفتیم نسبت مطلوب مجهول به عشرین مثل نسبت نه است به سبعه و خمسین و ثلاثة أخماس. پس جواب، ثلاثه و ثُمن واحد باشد.[۴۳]

دوم آن‌که در// اثنای سؤال و آخر، هر دو عددی مقدّر معلوم باشد و این قسم به دو خطا بیرون آید. و طریق آن باشد که عددی فرا گیری و عملی که سائل کرده است تو نیز بکنی اگر صواب بیرون آید، فبها و الّا خطا باشد. آن عدد را نگاه داری و قدر خطا نیز نگاه داری. و عددی دیگر بگیری و همان عمل بکنی اگر صواب باشد فبها و الّا عدد ثانی و خطای ثانی نیز نگه داری. بعد از آن عدد اول را در خطای ثانی ضرب کنی و عدد ثانی را در خطای اول ضرب کنی. بعد از آن اگر خطأین متفق باشند در زیادت یا در نقصان تفاوت بین الحاصلین بر تفاوت بین الخطأین قسمت کنی و اگر خطأین مختلف باشند به زیادت و نقصان مجموع مبلغ الضربین بر مجموع خطأین قسمت کنی، خارج القسمة مطلوب باشد.[۴۴]

پس اگر گوید لزیدٍ علیّ ما إذا نُقصَ منه ثُلثاه ودرهم ثم زید علی ما بقی خُمسهُ ودرهمان حصلت عشرةٌ. سی و سه را فرا گرفتیم [چهارده شد پس عدد اول سی و سه باشد و خطای اول چهار. سپس سی فرا گرفتیم] و عمل کردیم دوازده و چهار خمس شد. پس عدد ثانی سی باشد و خطای ثانی دو و چهار خمس. عدد اول را در خطای ثانی ضرب کردیم نود و دو و دو خمس شد و عدد ثانی در خطای اول ضرب کردیم صد و بیست شد و خطأین زایدند؛ پس تفاوت مابین الضربین که بیست و هفت// و سه خُمس است بر تفاوت مابین الخطأین که یکی و خُمسَی (دو خمس) است قسمت کنیم، خارج القسمة بیست و سه باشد و هو المطلوب. از برای آن‌که ثُلثان وی و درمی شانزده و ثلثی باشد چون [از وی] کم کنند شش و ثلثان بماند خمس وی و درهمَی (دو درهم) که مجموع سه و ثلثی باشد اضافت کنند ده شود.[۴۵]

و اگر گوید کدام دو مال باشد که اگر از ثانی یک درم به اوّل ضم (جمع) کنی اول سه مثل مابقی از ثانی شود و اگر دو درم از اول بر ثانی افزایی پنج مثل باقی از اول شود؟ عدد اول را هشت گرفتیم پس عدد ثانی چهار باشد تا چون یکی از وی بر هشت افزایند نه شود و سه مثل باقی باشد. لیکن هرگاه که از اول دو درم بر ثانی که چهار است می‌افزاییم اول نیز شش می‌شود و باید که ثانی پنج مثل وی باشد. پس بایستی که سی بودی و تفاوت میان شش و سی، بیست و چهار است و این

خطای اول است و ناقص است و عدد اول ثمانیه است. بعد از آن عددی دیگر گرفتیم که پـنج درم است پس ثانی باید[1] که سه درم [باشد] تا چون یک درم از ثانی بر اول افزایند اول سه مثل باقی که دو است شود. لیکن چون دو درم از اول که پنج است بر سه زیادت کنـیم پـنج شـود. و قیـاس، آن است که پانزده// باشد یا پنج مثل باقی باشد. پس خطای ثانی عشره است و او نیز نـاقص اسـت از خمسة عشر و عدد ثانی پنج است عدد اول را در خطای ثانی ضرب کردیم هشتاد شد و عدد ثانی را که پنج است[2] در خطای اول که بیست و چهار است ضرب کردیم، صد و بیست شد و تفاوت بین مبلغی الضربین چهل باشد. بر تفاوت مابین الخطأین که چهارده است، قسمت کردیم. خارج دو و شش سُبع درمی باشد و آن عدد اول است پس عدد ثانی، دو و دو سُبع باشد. [۴۶]

اما **قسم دوم از کتاب در مجهول** است که او را «جبر و مقابله» نیز گویند و این قسم مشـتمل است بر مقدمه و چند فصل.

اما مقدمه در حدود و اسامی و مراتب و معرفت جذر و ضرب و قسمت و تضعیف و تنصیف.

اما **حساب مجهول** معرفت قواعدی چند است که توسـل کننـد بـه آن قواعـد، بـه اسـتخراج مجهولات عددی که از خواص مقادیر متناسبه است از معلومات عددین.

و **جبر** زیادت استثنایی است که در یک طرف یا هـر دو طـرف باشـد و زیـادت مثـل وی در آن طرف دیگر و اسقاط اشیایی که از یک جنس باشد. مثلاً اگر گویند ده عدد الّا مالی معادل بیسـت عدد الّا جذری است؛ گوییا گفته‌اند که جذری معادل ده عدد [و] مالی است.

و **مقابله** بعد از جبر حاصل شود و آن معادلهٔ نوعی// باشد با نوعی و معادلـهٔ دو نـوع باشـد بـه نوعی و اول را مفرده گویند و ثانی را مقترنه کما سَیجیُٔ (چنان‌که بعداً خواهد آمد).

و «جذر و شئ و ضلع»، مقداری است مثل دو،[3] که یک نوبت در نفس خودش ضرب کنند[4] [و آن را مجذور گویند] و مجذور را[5] «مال و مضلّع و مربّع» نیز گویند [که] حاصل الضرب باشد مثل چهار. و چون جذر را در مال ضرب کنند او را به این اعتبار ضلع گویند و حاصل را «کعب» گویند و «مکعّب» نیز گویند مثل ثمانیه. و اگر ضلع را که دو است در کعب ضرب کنند «مال مال» شـود مثل شانزده. و اگر مال را در مال ضرب کنند همین باشد. و اگر ضلع را در مال مال ضرب کنند «مال کعب» باشد مثل سی و دو. و اگر مال را در کعب ضرب کنند همین باشد. و اگـر ضـلع را در مـال

۱. نسخه: + باید.
۲. نسخه: که پنج است و عدد ثانی را.
۳. نسخه: – مثل دو.
۴. نسخه: + مثل دو.
۵. نسخه: و.

کعب ضرب کنند «کعب کعب» گویند مثل شصت و چهار. و اگر کعب در کعب ضرب کنند همین باشد. و اگر مال را در مال [مال] ضرب کنند همین باشد. و اگر ضلع را در کعب کعب ضرب کنند «مال مال کعب» شود مثل صد و بیست و هشت. و اگر مال را در مـال کعـب ضـرب کننـد همـین باشد. و اگر کعب را در مال مال ضرب کنند همین باشد. و اگر ضلع را در مال مـال کعـب ضـرب کنند «مال کعب کعب» حاصل شود مثل دویست و پنجاه و شش. و اگـر کعـب را در مـال کعـب ضرب کنند همین باشد و علی هذا.

و بدان که جزو هر عددی شیئی باشد که چون// آنرا در آن عدد ضرب کننـد واحـدی حاصـل شود. پس جزو ثلاثه، ثلث باشد و جزو أربعه، ربع و جزو خَمسه، خُمس و علی هذا. و چون معلوم شد که نسبت شئ به مال مثل نسبت مال است به کعب و مثل نسبت کعب است به مال مال و مثل نسبت مال مال است به مال کعب، پس نسبت جزو شئ به جزو مال مثل نسبت جزو مال باشد بـه جزو کعب و مثل نسبت جزو کعب باشد به جزو مال مال و علی هذا. و جزو شئ در جزو شئ، جزو مال باشد و جزو شئ در جزو مال، جزو کعب باشد و جزو شئ در جزو کعب جزو مال مال باشد و جزو مال در جزو مال همین باشد. و هر عددی کـه او را در عـددی دیگـر ضـرب کننـد حاصـل را «مسطح» گویند و اگر کسری در کسری ضرب کنند حاصل را نیز مسطح گویند. و «مراتب» اصول است و فروع.

اصول جذر است و مال و کعب و **فروع** آن‌چه ترکّب شـود از این‌هـا مثـل «مـال کعـب کعـب». و جذر در مرتبۀ اولی است و مال در [مرتبۀ] ثانیه و کعب در [مرتبۀ] ثالثـه و مـال مـال در [مرتبۀ] أربعه و علی هذا. پس نسبت واحد به جذر مثل نسبت جذر باشد به مال و مال [به] کعب و کعب به مال مال و مال مال به مال کعب و علی هذا.[۴۷]

و بدان که آحاد بعضی آن است که او را جذری حقیقی هست مثل یک و چهار و نـه و بـاقی را نیست و از عشرات هیچ را// جذر حقیقی نیست و از مأت بعضی را هست مثل مائه و أربع مائه و تسع مائه و در الوف نیست. و همچنین در مرتبه[ای] باشد و در مرتبۀ [بعدی] نباشد و در آن‌چه باشد به قیاس یک و چهار و نه باشد و دانستی که اگر اوتار را به نظم طبیعی با هم ضَم کنی به عدد مأخوذ جذر مجموع باشد. مثلاً یک و سه جذر ایشان دو باشد و با پنج جذر ایشان سه باشد و علی هذا.

و جذر «تحقیقی» باشد و «تقریبی». اما تحقیقی یا جذر صحیح باشد یا جذر کسـر یـا جـذر هر دو.

اما اول، قاعده آن است که عددی را پیدا کنی که چون در نفس خودش ضرب کنی مثل آن عدد باشد که جذر وی مطلوب است. اگر مساوی است آن عدد جذر باشد مثل عشره به نسبت با صد و اگر بقیه بماند عددی دیگر فراگیر که چـون دو نوبـت در اول ضـرب کنـی و یـک نوبـت در نفـس

خودش، [مجموع] مساوی آن بقیه باشد. مثلاً گویند جذر صد و چهل و چهار چند باشد؟ ده را در نفس خود ضرب کردی صد باشد و اسقاط کردی چهل و چهار ماند. عددی [که] پیدا کردی دو است و چون دو را در دو نوبت در ده ضرب کردی چهل شود و دو را یک نوبت در نفس خودش ضرب کنی چهار شود و مجموع مساوی چهل و چهار است. پس جذر آن عدد دوازده باشد. و اگر چیزی بماند// همچنین عددی دیگر فرا گیر و در اولین، دو نوبت ضرب کن و در خودش یک نوبت و اسقاط کن و علی هذا تا آخر معلوم شود که عدد مجذور است یا اصم. پس [جذر] چهارده هزار و چهار صد، [صد] و بیست باشد.

اما دوم، نظر کن که عدد (صورت) کسر و مخرج کسر هر دو مجذورند یا نه اگر هر دو مجذورند آن کسر را جذر مُنطق باشد و الّا اصم. و قاعده آن است که جذر عدد کسر را نسبت دهی به جذر مخرج و خارج النسبة جذر کسر باشد. مثلاً جذر ربع، نصف باشد و جذر تُسع، ثلث و جذر چهار تُسع، ثلثان باشد. زیرا که عدد کسر چهار است و جذر او دو باشد و مخرج کسر نه است و جذر او سه باشد و جذر عدد که دو است چون نسبت دهی به جذر مخرج که سه است ثلثان او باشد. و ثلث را جذر تحقیقی نباشد.

اما سیّوم بسط باید کرد تا مکسور عاید شود. و بعد از آن اگر عدد کسر و مخرج کسر هر دو مجذور باشند مثل دو و ربع که بعد از بسط نه ربع باشد، جذر عدد را قسمت کن بر جذر مخرج که خارج القسمة جذر مرکب باشد. پس بگو جذر وی یکی و نصف باشد. و جذر چهار و چهار سُبع و سبع سُبعی، دو و سبعی باشد به‌واسطهٔ آن‌که جذر مبسوط که آن عدد کسر است و دویست و بیست و پنج است پانزده باشد و جذر مخرج وی که چهل و نه است هفت باشد.// چون اول را بر ثانی قسمت کند خارج دو و سُبعی باشد.[۴۸]

اما **جذر تقریبی** قاعده آن است که أقرب مجذوری که مادون این اصم باشد فرا گیری و فضل میان آن اصم و آن مجذور اقرب نظر کنی که چند است و بعد از آن جذر آن مجذور را مضاعف کنی و فضل را اضافت کنی و فضل را نسبت دهی به مجموع مضعّف با فضل و بدین نسبت، اضافت جذر آن اقرب مجذور بکنی که جذر تقریبی آن اصم باشد. پس جذر ده تقریباً سه و سُبعی باشد؛ به‌واسطهٔ آن که فضل را چون اضافت مضعّف کنند هفت شود و نسبت واحد به وی سُبعی است. و درین قاعده دایماً تفاوت به نقصان باشد. و اگر خواهی فضل را اضافت جذر کن بی تضعیف و قدر فضل را نسبت به هر دو دِه و بدان نسبت، اضافت جذر کن که جذر تقریبی باشد. و این تفاوت دایماً به زیادتی باشد. چنان‌چه چهار و نصفی جذر تقریبی بیست باشد. و طریقی که مسامحه در وی کم‌تر است آن است که آن اصم را در مجذوری ضرب کنی و جذر حاصل تحقیقاً یا تقدیراً فرا گیری و قسمت کنی بر جذر آن مجذور مضروب فیه. مثلاً در بیان عشره، عشره را در نه ضرب کردیم

حاصل نود است و جذر وی تقریباً نه و نیم است قسمت کنیم// بر سه، خارج سه و سُدسی باشد؛ یا در أربعه ضرب کنیم چهل شود و جذر وی تقریباً شش و ثُلثی باشد. بـر دو قسـمت کنـیم سـه و سُدسی باشد.[۴۹]

و اما **معرفت حاصل الضرب** پیش از این معلوم شد و این زمان می‌خواهیم که بیان کنـیم کـه حاصل الضرب از چه جنس باشد.

بدان که مضروب و مضروب فیه یا هر دو مفرد باشند یا غیر مفرد. اگر هر دو مفرد باشند یا هر دو از اجناس باشند یا هر دو از اجزا باشند یا مختلف باشند در اول و دوم. قاعده آن است که عددین را در هم ضرب کنی بر وجه معلوم و بعد از آن اجناس را با هم ضم کنی یعنی جذر را یکی گیر و مال را دو و کعب را سه و مال مال را چهار و مال کعب را پنج و کعب کعب را شش و چون جمع کردی به هر یک از آن حاصل یکی ازین مرتبه بگیر.

و اگر در اجزا باشد لفظ جزو را اضافت کنی. مثلاً ده جذر در ده جذر صد مال باشد و ده شئ در پنج مال، پنجاه کعب باشد و ده جذر در دو کعب، بیست مال مال باشد و ده مال در ده مـال، صـد مال مال باشد و ده مال در پنج مال مال، پنجاه کعب کعب باشد و دو کعب در سه مال مال، شـش مال مال کعب باشد.

و اگر کسری باشد مثل دو مال و نیم در سه کعب، هفت و نیم مال کعب باشد// و علی هذا. و ده جزو شئ در ده جزو شئ، صد جزو مال باشد و ده جزو شئ در پنج جزو کعب، پنجاه جزو مال مال باشد و پنجاه جزو مال مال در دو جزو مال مال کعب، صد جزو مال کعـب کعـب کعـب باشـد و ضرب نصف جزو مالی در ربع جزو شئ ثُمن جزو کعبی باشد.

و اما سیّوم که مختلفند، قاعده آن است که فضل میان عدد هر دو مرتبه فرا گیری و به هر یکی از حاصل الضرب یکی ازین مرتبه بگیری اما از جانبی که فضل او را است. مـثلاً ده جـزو شـئ در ده مال، صد شئ باشد و ده جزو مال در پنج شئ، پنجاه جزو شئ باشد و دو جزو مال در سه مال مال کعب، شش مال کعب باشد و دو جزو مال مال کعب در ده کعب، بیست جزو مال مال باشد و علی هذا و اگر کسری باشد ظاهر باشد.

و اگر هیچ طرف را فضلی نیست حاصل از جنس آحاد باشد از آن جهت که ضرب هر جنسـی که باشد در جزو خود واحد باشد. پس ضرب پنج جزو شئ در دو شئ، ده باشد و ده کعب در سـه جزو کعب شئ واحد باشد. و اگر یک طرف آحاد باشد حاصل الضرب از جـنس آن طـرف دیگـر باشد. مثلاً ده شئ در ده عدد، صد شئ باشد و ده مال در ده عدد، صد مال باشد// و دو کعب کعب در ده عدد، بیست کعب کعب باشد و علی هذا.[۵۰]

و اگر در مضروب یا مضروب فیه استثنایی باشد، مستثنی را ناقص گویند ومستثنی منه، زاید.

قاعده آن است که زاید را در زاید ضرب کنند و ناقص را در ناقص ضرب کنند و مجموع مستثنی منه شود. و زاید را در ناقص و ناقص را در زاید ضرب کنند و مجموع مستثنی شود. مثلاً شئ الّا سه درم در شئ الّا دو درم شئ در شئ مال باشد و الّا سه در الّا دو، شش درم باشد و این هر دو مستثنی منه‌اند. و شئ در الّا دو درم، الّا دو شئ باشد و الّا سه درم در شئ، سه الّا شئ باشد پس الّا پنج شئ مستثنی باشد. کأنّک مالی و شش عدد الّا خمسة أشیاء.

و اگر گوییم مالی الّا خمسة در مالی. مالی در مالی یک مال مال شود و الّا خمسة را در مالی ضرب کنیم الّا خمسة اموال شود. پس کانّک گفته باشیم مال مالی الّا خمسة اموال. و حینئذ[1] معلوم گردد[2] که ضرب مثبت در مثبت و منفی در منفی مثبت باشد و ضرب مثبت در منفی یا عکس، منفی باشد.[۵۱]

بدان که اول مرتبهٔ عدد است و جذر دارد. و دوم اشیاء است و جذر ندارد و سیّوم اموال است و جذر دارد و چهارم کعاب است و جذر// ندارد و پنجم اموال اموال است و جذر دارد و ششم مال کعب است و جذر ندارد و هفتم کعب کعب است و جذر دارد و جذر هر یکی شیئی است که چون او را مربع گردانند آن جنس حاصل شود. مثلاً جذر عدد، عدد باشد و جذر مال، شئ باشد و جذر مال مال، مال باشد و جذر کعب کعب، کعب باشد.

و **اما در قسمت**[3] طریق آن است که عدد مقسوم را بر عدد مقسوم علیه قسمت کنی و خارج القسمة نگاه داری و نظر کنی که مقسوم و مقسوم علیه از اجناسند یا از اجزا یا یکی ازین و دیگری از آن دیگر. و در دو اول نظر کنی که میان عدد و مرتبهٔ ایشان فضلی هست یا نه. اگر فضلی باشد این فضل عدّهٔ مرتبهٔ خارج باشد از آن طرف که فاضل است اگر فاضل مقسوم است، و اگر فاضل مقسوم علیه است از آن طرف دیگر. مثلاً اگر هر دو از اجزا باشند فضل که عدّهٔ مراتب خارج است، از اجناس باید گرفت و اگر هر دو از اجناس باشند از اجزا باید گرفت و اگر کسری باشد هم بدین اعتبار نسبت دهند و اگر فضلی نباشد، خارج از جنسِ آحاد باشد. پس خارج القسمة شش مال بر سه شئ، دو شئ باشد به‌واسطهٔ آن‌که فضل شئ است و سه مال بر دو شئ، یک شئ و نصف شئ باشد. و قسمت ده مال مال کعب بر سه مال کعب، سه مال// و ثلث مالی باشد. و در قسمت ده جزو مال مال کعب بر سه جزو مال کعب سه جزو و ثلث جزو مالی باشد به‌واسطهٔ آن‌که درین دو قسم فضل مقسوم را است. پس به هر یکی از خارج، به عدهٔ مرتبه فضل ازین جنس که اجناس است یا اجزا می‌باید گرفت.

و در قسم ثالث مرتبهٔ مقسوم و مقسوم علیه را با هم ضم کن و به هر یکی از آن خارج القسمة که

۱. نسخه: ح.
۲. نسخه: کردی.
۳. نسخه: + ثانی.

نگاه داشته[ای] یکی گیر از مرتبۀ مجموع اما از طرف مقسوم، و اگر کسری باشد هم بدین نسبت بگیر. پس در قسمت ده شئ بر سه جزو مال، خارج سه کعب و ثلث کعبی باشد. و در قسمت ده جزو شئ بر ده مال، یک جزو کعبی باشد و در قسمت ده مال مال بر دو جزو کعب، پنج مال مال کعب باشد و ده جزو مال مال بر دو کعب، پنج جزو مال مال کعب باشد و علی هذا.

و اگر یکی از مقسوم یا مقسوم علیه عددی باشد، قاعده آن است که همچنان مقسوم بر مقسوم علیه قسمت کنی و خارج القسمة نگاه داری و نظر کنی اگر عدد مقسوم علیه است به هر یکی از خارج، یکی از مقسوم فرا گیری خواه به اجزاء باشد و خواه [به] اجناس. پس خارج، در قسمتِ صد جزو مال بر ده عدد، ده جزو مال باشد و در قسمتِ صد کعب بر ده عدد، ده کعب باشد.

و اگر گویند که ده مال مقسوم بر شئ در ده مال مقسوم بر شئ چند باشد، قاعده آن است که احد المضروبین// را در هم ضرب کنند صد مال مال باشد و احد المقسومین را در آن دیگر ضرب کنند مالی باشد و بگویند مرتفع اول مقسوم باشد بر مرتفع ثانی. درین صورت صد مال مال مقسوم بر مالی و بعد از عمل که معلوم شد ظاهر باشد.

و اگر خواهی که بعضی ازین مراتب را نسبت دهی به بعضی، قاعده آن است که منسوب را قسمت کنی بر منسوب الیه و خارج القسمة، حاصل النسبة باشد. مثلاً ده شئ را نسبت با پنج مال، دو[1] جزو شئ باشد. چنان‌چه در قسمت معلوم شده است.[۵۲]

و اما **تضعیف**: قاعده آن است که آن شئ که تضعیف وی مراد است در مخرج نصف که دو است ضرب کنی مثلاً دو مالِ مضاعف، چهار مال شود. و در **تنصیف** در نصف ضرب کنی.

و بدان أرشدک الله تعالی که در مطلق حساب سیّما جبر و مقابله لابد است که معلوماتی چند باشد که مجهول ازیشان معلوم کنند و أقل آن امور دو چیز باشد و لمّیت این سخن از منطق معلوم شود که تعریف به مفرد جایز نیست چه فکر ترتیب امرین معلومین فصاعدا است جهت تأدی به مجهولی و این معلومات تارة از لفظ سائل معلوم شود و تارة از لفظ به حسب عملی که کند.

مثال اول: چنان‌چه گوید جذر کذا یا ضلع کذا یا درم و دینار.

مثال ثانی: چنان‌که گوید ضُرِبَ أو قُسِمَ و یا از هر دو چنان‌که// گوید عددی که ضَربتهُ فی نفسهُ أو فی ضِعفه و زِدتَ علی المبلغ ثلاثة تصیر کذا.

و باید که شئ را فرض کنی که مناسب کلام سائل باشد از اجناس. اگر وصف کرده باشد به مُربعیّت، تو مالی فرض کنی و اگر به مکعبیّت وصف کرده باشد تو کعبی را فرض کنی و اگر مثل

۱. نسخه: ثلث.

این وصف نکرده باشد تو شئ را فرض کنی و مسئله را بر آن سیاق که سائل به آخر رسانیده به آخر رسانی و عظیم حاضر باشی تا غلط نکنی و چون عمل کرده باشی در آخر به معادلهٔ جنسی مر جنسی رسد یا به معادلهٔ مفردی با مفردی یا به معادلهٔ مرکبی با مرکبی و این دو قسم را «مسائل سِتّ جبری» گویند. سه مفرد که آن معادلهٔ جذر است با عدد و معادلهٔ مال با عدد و معادلهٔ مال با جذر و سه مقترنه که آن معادلهٔ مال و جذر است با عدد و معادلهٔ مال و عدد است با جذر و معادلهٔ جذر و عدد با اموال. و اگرچه غیر آن نیز ممکن است اما بدین قدر اکتفا کرده آید. پس در این باب دو فصل ذکر کنیم هر فصلی مشتمل بر سه مسئله.[۵۳]

و پیش از شروع در فصلین بدان که اگر معادله واقع شود میان مال و جذر و عدد نظر باید کرد که مال واحد است یا اقل یا اکثر و اول ظاهر است و در صورت ثانیه و ثالثه.

قاعده آن است که مال را با واحدی آر[ی]، یا با واحد بری و با آن‌ها دیگر همین کنی. مثل آن‌که سه مال باشد// و سه جذر و نه عدد. بگو یک مال و یک جذر و سه عدد. و مثل آن که ثلث مالی باشد و سه جذر و سه عدد. بگوی مالی و نه جذر و نه عدد. و درین تکمیل قاعده آن است که مخرج کسر فرا گیری و مکمّلٌ بِه را از وی نسبت دهی با باقی مخرج و بدین نسبت از باقی بر وی زیادت کنی و به هر نسبت بر آن اجناس دیگر نیز زیادت کنی. و در جذر نیز اگر گویند ثلث شئ معادل سه درم است تمام شئ معادل نه درم باشد و خمس شئ معادل سه درم باشد، شئ،[۱] معادل پانزده درم باشد و در عمل معلوم شود انشا الله بالحُسنی.[۵۴]

اما **فصل اول در مفردات** است و درو سه مسئله است.

مسئلهٔ اول از مفردات در معادلهٔ جذر است با عدد.

قاعده آن است که عدد را بر عدد جذور قسمت کنند و خارج القسمة جذر باشد. مثلاً دو جذر معادل بیست درم باشد، هر جذری ده درم باشد. پس اگر کسی گوید: لزیدٍ علیّ ألفٌ و نصف مال عمروٍ و له علیّ ألفٌ و نصف مال زیدٍ. فرض کنیم که زید را بر مقر شئ است پس عمرو را هزار باشد و نصف شئ پس زید را هزار و پانصد باشد و ربع شئ و این مجموع معادل آن شئ اول است که از برای او فرض کردی. پس اشیاء متجانسه ربع شئ است طرح کنیم و از عدیل نیز که شئ است، ربع طرح کنیم از آن طرف هزار و پانصد بماند و از عدیل// سه ربع شئ بماند. اگر خواهیم شئ را تکمیل کنیم به آنک ربع اضافت کنیم و در عدیل نیز اضافت کنیم شئ معادل دو هزار باشد. و اگر خواهیم هزار و پانصد را بر سه ربع قسمت کنیم. هر ربعی پانصد باشد تمام شئ دو هزار باشد و این مال زید است. پس مال عمرو نیز دو هزار باشد.[۵۵]

۱. نسخه: شئ باشد.

مسئلهٔ دوم از مفردات در معادلهٔ مال با عدد

چنان‌چه گویی چهار مال معادل چهل عدد است مال را با یکی آریم و عدد را با ربع ده باشد و عدد را بر [عدد] مال قسمت کنیم، خارج ده باشد؛ گوییم مالی ده عدد است. پس اگر گوید که زید و عمرو [را] بر من بیست درم است و نصیب زید ازین مقدار چندان است که چون ضرب کنند او را در نفس خود و در نصف مال عمرو، سی و دو باشد و ده مثل آن‌که او (زید) را است بر من. فرض کنیم که زید را بر مقر شئ است. پس عمرو را بیست باشد إلّا شئ و نصف وی، ده إلّا نصف شئ باشد. مال زید شئ است در نفس خود ضرب کنند مالی شود و در عشرة درهم ضرب کنند عشرة أشیاء شود و در إلّا نصف شئ ضرب کنند نصف مالی شود. پس مستثنی اسقاط کنند نصف مالی بماند و عشرة اشیاء معادل سی و دو و ده شئ. بعد اسقاط اشیاء متجانسه نصف مالی معادل سی و دو باشد پس مالی معادل شصت و چهار باشد. پس جذر// هشت باشد و این مال زید است از بیست درم. [۵۶]

مسئلهٔ سیّوم از مفردات در معادلهٔ مال با جذر

قاعده آن است عدد اجذار را بر عدد اموال قسمت کنند و خارج القسمة جذری واحد باشد. مثلاً دو مال معادل ده جذر باشد، جذری پنج باشد و نصف مالی معادل پنج جذر باشد، جذری ده باشد. پس اگر گوید زید را بر من مقداری است که چون سدس وی از وی اِلقا کنند و مُلقی را در مُبقی ضرب کنند مثل آن باشد که او را بر من است. فرض کنیم که زید را بر وی شئ است و سدس شئ را در خمسة اسداس[۱] باقی ضرب کنیم، پنج سدس سدس مالی شود و این معادل آن شئ است که اول از برای زید فرض کردیم. و چون جذر را بر مال قسمت کردیم خارج القسمة، هفت جذر و خُمس جذری بود از برای آن که چون پنج سدسِ سدس، معادل جذری باشد و تمام مخرج، سی و شش است. پس تمام مالی معادل هفت جذر و خمس جذری باشد. پس جذری هفت و خُمسی باشد و این مُقرّبه است. [۵۷]

اما فصل دوم در مقترنات و در وی نیز سه مسئله است.

مسئلهٔ اول [از مقترنات]: در معادلهٔ مال و جذر با عدد، چنان‌چه گوید مالی و ده جذر معادل سی و نه عدد است.

و درین مسئله قاعده آن است که نصف اجذار را فرا گیری و مربع سازی// و اضافت عدد کنی. درین صورت بیست و پنج اضافت سی و نه کنی مجموع شصت و چهار شود و جذر وی فراگیری و ازین جذر نصف عدد اجذار را که پنج است از وی اسقاط کنی و آن‌چه باقی ماند که درین صورت

---

۱. نسخه: اشیا اس.

سه است یک جذر باشد. پس مالی نه باشد و دانستی که اگر مال زاید از یکی باشد، رد باید کرد با یکی و در آن باقی‌ها نیز همین عمل باید کرد و اگر ناقص باشد از یکی تکمیل باید کرد مال را و آن دیگران را. پس اگر گوید که زید را بر من مقداری است که چون ثلث وی و واحدی در ربع وی و واحدی ضرب کنند بیست شود. فرض کنیم آن مقدار، شئ است و ثلث وی و واحدی را در ربع وی و واحدی ضرب کنیم نصفِ سدس مالی و ثلث و ربع شئ و واحدی باشد و این معادل بیست است. پس [نصف] سدس مال و ثلث و ربع شئ معادل نوزده باشد و بعد از تکمیل که اضافت یازده مثل است با هر یکی، مالی و هفت شئ معادل دویست و بیست و هشت باشد. و چون مربع سه و نیم که دوازده و ربعی باشد اضافت عدد کنند دویست و چهل و ربعی شود و جذر وی پانزده و نصفی است و چون اسقاط نصف عدد اجذار از وی بکنند دوازده بماند و این مقرّ به است. [۵۸]

مسئلهٔ دوم از مقترنات در معادلهٔ// مال و عدد با جذر، چنان‌چه گویی مالی و بیست و یک عدد معادل ده جذر است یا مالی و شانزده عدد معادل هشت جذر است یا مالی و سی عدد معادل ده جذر [است].

قاعده آن است که بعد از ردّ و تکمیل اگر احتیاج باشد نصف عدد اجذار را فرا گیری و مربع سازی و نظر کنی عدد مذکور ناقص است از این مربع یا نصف او است یا زاید. در صورت اولی عدد را از وی اسقاط کن آن‌چه بماند جذرش فرا گیر و اضافت نصف عدد اجذار کن یا از وی ناقص گردان. آن‌چه حاصل شود بعد از زیادت یا بعد از نقصان جذری باشد. پس در صورت اولی جذر یا هفت یا سه و در ثانیه جذر نصف عدد اجذار باشد. پس جذری چهار باشد و صورت ثالثه محال باشد. پس اگر کسی گوید که عشره به دو قسم کن به حیثیتی که مجموع مربعین قسمین شصت و هشت باشد فرض کنیم که احد القسمین از عشره شئ است آن قسم دیگر عشره باشد إلّا شئ. و چون هر یکی را در نفس خود ضرب کنیم و مجموع جمع کنیم دو مال و صد عدد الّا بیست شئ باشد و آن معادل شصت و هشت است؛ و بعد از جبر دو مال و صد عدد معادل بیست جذر و شصت و هشت عدد. و چون القاء مشترک کنند دو مال و سی و دو عدد معادل// بیست جذر باشد و بعد از ردّ، مالی و شانزده عدد معادل ده جذر باشد پس جذری یا هشت باشد یا دو. پس آن شئ هشت باشد و آن دیگر دو و یا به عکس. [۵۹]

مسئلهٔ سیّوم از مقترنات: در معادلهٔ جذر و عدد است با مال.

مثلاً گویند شش شئ و چهل درم معادل مالی است، بعد از ردّ و تکمیل، اگر باشد نصف عدد اجذار را مربع گردان و اضافت عدد کن و جذر مجموع مزید و مزید علیه را بگیر و اضافت نصف عدد اجذار کن تا جذری باشد. درین صورت نه را اضافت چهل کن و جذر مجموع هفت باشد. اضافت سه کن، ده شود و این یک جذر باشد.

پس اگر گوید زید را بر من چند است که چون در پنج درم ضرب کنند و چهل و دو اضافت کنند و مجموع را مضاعف گردانند مثل ضرب مقرّ به باشد در نفس خود چهار بار. فرض کنیم، ما علیه شئ است چون در پنج درم ضرب کنند پنج شئ شود پس پنج شئ و چهل و دو را مضاعف کنند ده شئ و هشتاد و چهار شود و آن شئ اول را در نفس خود چهار نوبت ضرب کنند چهار مال شود. پس ده شئ و هشتاد و چهار درم معادل چهار مال باشد. و بعد از ردّ، دو شئ و نصفی و بیست و یک درم معادل مالی باشد. و بعد از اضافت مربع واحدی و ربعی بر بیست و یک، بیست و دو و نه// جزو از شانزده جزو از واحدی شود و جذر وی چهار و سه ربع باشد و چون اضافت واحدی و ربعی کنند شش شود و آن مقرّ به باشد. [۶۰]

اما **قسم سیّوم از کتاب در مساحت** است و این قسم مشتمل است بر مقدمه و دو فصل و خاتمه.

اما **مقدمه** در حدود و آلات و اسامی آن است.

مساحت طلب معرفت کمیّت آن چیز است که در سطح است یا در جسم از امثال یا از اجزاء مربع یا مکعب ممسوح به و علم مساحت، علم به قاعدهٔ چند است که بدان قواعد استخراج این کمیّت توان کرد.

و **مربع** مسطحی است که او را چهار ضلع متساوی باشد.

و **مکعب** مجسّمی است که طول و عرض و سَمک (ارتفاع) متساوی داشته باشد.

و **مجسّم** آن باشد که او را طول و عرض و سَمک باشد.

و **ذراع هاشمی** هشت قبضه باشد و هر قبضه چهار انگشت. هر انگشتی مقدار شش جُو که پشت یکی به شکم آن دیگر متصل باشد و هر جوی، شش موی اسب بِردَون (اسب نر جلد و تند).

و **قَصبه** شش گز باشد.

و **اَشلی**[۱] ده قصبه باشد.

و **جریبی** سه هزار و ششصد گز باشد.

و **قَفیزی** عُشر جریبی باشد که سیصد و شصت گز است.

و **عَشیر** عُشر قفیز است. پس اگر اَشل[۲] را در نفس خود ضرب کنند، جریب شود و اگر اَشل[۳] را در قصبه[۴] ضرب کنند قفیز شود و قصبه در قصبه عشیر باشد.

و **ذرع** به منزلهٔ واحد است؛ در هر چه ضرب کنند آن چیز باشد.

---

۱. نسخه: اثلی.

۲. نسخه: اثل.

۳. نسخه: اثل.

۴. نسخه: قبضه.

و **نقطه** چیزی باشد که// اشارت حسی به وی توان کرد و در طول و عرض و عمق هیچ مُنقسم نشود و وی نهایت خط است.

و **خط** آن است که در طول فقط منقسم شود و وی نهایت سطح است.

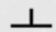
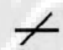
و **سطح** آن است که در طول و عرض فقط منقسم شود و وی نهایت جسم است.

و **جسم** در هر سه طرف منقسم شود.

و **خط مستقیم** آن است که چون در مقابل شعاع بَصَر واقع شود در طرف اقرب، طرف ابعد را فرو پوشد.

و **غیر مستقیم** آن است که این‌چنین نباشد و غیر مستقیم پرگاری باشد و آن خطی باشد که محیط به دوایر شود و غیر پرگاری و آن‌را هیچ ضبطی نیست.

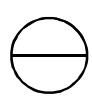
و **خطین متوازیین و سطحین متوازیین** دو خط یا دو سطح باشند که اگر اخراج ایشان کنند إلی غیر النهایة متلاقی نشوند و متلاقیان به خلاف آن باشد و مسامتان همین باشند.

و هر خطی که ملاقی خطی دیگر شود نه به حیثیتی که هر دو یک شوند آن‌چه در میان آن دو ضلع باشد آن‌را **زاویه** گویند. و حینئذٍ اگر طَرفَی آن خط که ملاقی آن دیگر شود متساوی باشد آن‌را زاویهٔ قائمه گویند مثل این صورت  و اگر متساوی نباشند؛ آن فراخ‌تر را منفرجه گویند و تنگ‌تر را حادّه مثل این صورت  .

و **زاویهٔ جسم محدّب** جسمی باشد که چند سطح به وی محیط شود و به هم رسند؛ نه به نقطه و هر دو سطح آن متصل باشند به یکدیگر، نه به حیثیتی که یکی شوند.//

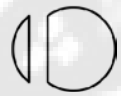
و **شکل** هیئتی است که حاصل شود جسم را یا سطح را به‌واسطهٔ احاطت حدی یا بیشتر.

اما **فصل اول در مساحت سطوح** و از جملهٔ سطوح، یکی دایره است و او سطحی باشد که حاصل شود از احاطهٔ خطی مستدیر به وجهی که در میانهٔ آن خط، فرض نقطه توان کرد که هر خطی از آن نقطه اخراج کنند و بدان خط رسد همه متساوی باشند و آن خط را محیط گویند و آن نقطه را مرکز و آن خطوط را انصاف اقطار خوانند و خطی که از محیط به محیط رسد و به مرکز بگذرد آن‌را قطر گویند. و اگر دایره[ای] باشد که محیطش معلوم باشد که چه مقدار است و قطر معلوم نباشد؛ محیط را بر سه و سُبعی قسمت کنیم خارج القسمة قطر باشد. و اگر محیط معلوم نباشد قطر را در سه و سُبعی ضرب کنیم حاصل محیط باشد. و مساحت دایره مقداری باشد که حاصل شود از ضرب نصف قطر در نصف محیط یا ربع احدی در کل آن دیگر برین صورت:



و اگر خطی اخراج کنند از محیط به محیط که بر مرکز بگذرد و دایره را به دو نیم کند؛ آن‌چه در طرفین حاصل شود؛ آن‌را قطعة الدایرة گویند و درین صورت چون خط به مرکز گذشته است، هر یکی نصفی از دایره باشند. و آن خط که از محیط به محیط می‌رسد خواه به مرکز می‌گذرد و خواه نه، آن‌را وَتر می‌گویند. و آن مقدار از// محیط که از یک طرف وتر به آن طرف دیگر متصل است آن‌را قوس می‌گویند. و خطی که از وسط قوس اخراج کنند و به وتر و به مرکز رسد آن‌را سهم گویند و علی هذا المثال:

و قدر مساحت سطح وی مقداری باشد که حاصل شود از ضرب سهم وی در نصف قوس وی یا از وتر در نصف قوس. و اگر آن خط که اخراج کنند به مرکز بگذرد نظر کنیم که مرکز در داخل وتر است یا خارج اگر داخل باشد آن قطعه بزرگ‌تر باشد و اگر خارج باشد کوچک‌تر مثل این صورت:

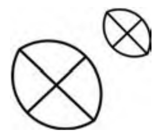


مساحت اول مقداری باشد که حاصل شود از ضرب نصف قوس وی در نصف قطر دایره که این قطعهٔ بزرگ را از وی گرفته‌اند با آن‌چه حاصل شود از ضرب فضل میان نصف قطر مذکور و میان سهم این قطعه در نصف وتر قطعه و هر دو مرتفع مساحت ساحت قطعهٔ کبیره است. و مساحت ثانی که قطعهٔ صغیره است مقداری باشد که حاصل شود از ضرب نصف قوس دایرهٔ کبیره در نصف قطر دایرهٔ کبیره چنان‌چه گفتیم. اما مرتفع ثانی را از وی کم باید کرد و اگر خواهی که قطر[1] دایره که آن قطع‌ها را از وی گرفته‌اند بدانی نصف وتر قطعه بگیر و در نفس خودش ضرب کن و حاصل را بر سهم قسمت کن و خارج القسمة را// اضافت سهم کن که قطر آن دایره باشد. و قطاع دایره سطحی باشد که قوسی و دو نصف قطر به وی محیط باشند. پس اگر اکبر باشد از نصف محیط آن‌را قطاع اکبر گویند و اگر کوچک‌تر باشد قطاع اصغر گویند مثل این دو شکل

و مساحت سطح ایشان مرتفع یکی از آن دو خط مستقیم که نصف قطر آید در نصف قوس باشد.

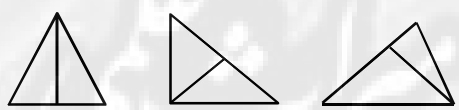
۱. نسخه: قطره.

و **شکل اِهلیلَجی** که او را بیضی نیز گویند آن است که محیط شود به وی دو قوس متساوی که هر یک اقل باشند از نصف دایره و او را دو قطر باشد یکی اطول و یکی اقصر متقاطع و اگر هـر دو اعظم باشند از نصف دایره آن را عدسی گویند. مثالهما



و مقدار مساحت اول آن باشد که به‌واسطهٔ قطر اطول او را به دو قطعهٔ صغیره کنـی و مسـاحت ایشان معلوم کنی و مجموع مساحت شکل بیضی باشد و مساحت ثانی به‌واسطهٔ قطر اطول او را به دو قطعهٔ کبیره کنی و مساحت کنی چنان‌چه معلوم کردی.

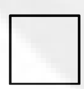
و **مثلث** سطحی باشد که حاصل شود از احاطت سه خط مستقیم که هر دو که بگیری با هم اطول باشند از سیّوم و البته دو زاویه حاده باشند. اگر زاویهٔ سیّوم قائمه باشد مثلث را قائمة الزوایا گویند و اگر منفرجه// باشد منفرجة الزوایا گویند و اگر حاده باشد حادة الزوایا گویند مثل هذه الصورت:



اما **مساحت قائم الزوایا** خواه متساوی الساقین باشد و خواه مختلف الاضلاع، مقداری باشد که حاصل شود از ضرب نصف یکی از دو ساق اقصر در جمیع آن اقصر دیگر. فی الجمله در مجموع انواع مثلثات عمود را در نصف قاعده ضرب باید کرد و حاصل الضرب مساحت آن مثلث باشد.

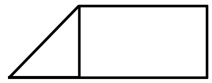
و **عمود مثلث** خطی مستقیم باشد که از نقطهٔ یکی از زوایا اخراج کنند به ضلع مقابل و قاعدهٔ آن ضلع مقابل باشد.

و **مربع** سطحی باشد که چهار خط به وی محیط باشند و مربع متساوی الاضلاع آن باشد که هر دو ضلع از وی متوازی و متساوی باشند هکذا:



و مقدار مساحت وی مقداری باشد که حاصل شود از ضرب یک ضلع در ضلع دیگر.

و مربع مستطیل: آن باشد که دو متوازی اطول باشـند از آن دو متـوازی دیگـر و مسـاحت وی مقداری باشد که حاصل شود از ضرب یکی از اطولین در یکی از اقصرین. و اگر دو ضلع متـوازی باشند و دو// مسامت و البته باید که متوازیان مختلف باشند. و اما متلاقیان اگر یکی مستقیم است و آن دیگر منحرف، البته متلاقیان نیز مختلف باشند. و حینئذٍ اصغر المتلاقین عمود باشـد بـر احـد المتوازیین و آن‌را ذوالّزنقه گویند مثل این صورت:

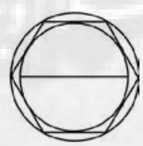


و اگر هر دو منحرف باشند آن‌را ذو الزنقین خوانند مثل این صورت:

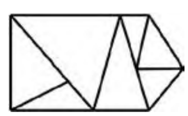
و مساحت ایشان حاصل الضرب عمود باشد در نصف مجموع متوازیین.

و **عمود** خطی باشد که عمود باشد بر متوازیین.

و **ذوی الاضلاع کثیره** شکلی باشد که محیط شود به وی زیادت از چهار خط مستقیم. و این شکل اگر اضلاع و زوایای وی متساوی باشند، در وسط وی اعظم دایره[ای] فرض باید کرد که محیط وی از اطراف مماس اوساط اضلاع باشد. و نصف قطر این دایره در نصف مجموع اضلاع ضرب باید کرد که حاصل الضرب مساحت آن شکل باشد. و اگر قطر آن دایره معلوم نباشد اصغر دایره را فرض کن که این شکل در وسط آن دایره باشد و عدد اضلاع در عدد اضلاع که واحدی کم کرده باشی ضرب کن و شش را اضافت این حاصل کن دایماً و تُسع مجموع مزید و مزید علیه را فرا گیر و در مربع احدی از اضلاع ضرب کن که [جذر] آن// قطر دایرهٔ صغری باشد که شکل در میان وی است. و چون این قطر را مربع گردانی و مربع یکی از اضلاع کم کنی و جذر باقی بگیری این جذر مأخوذ قطر دایرهٔ عظمی داخله باشد مثل این صورت:

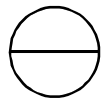


و اگر مختلف الاضلاع و الزوایا باشد طریق مساحت آن باشد که آن‌را با اشکال متّفقه یا مختلفه رد کنی و آن اشکال را جداگانه مساحت کنی و مجموع را با هم ضَم کنی که مساحت آن شکل باشد. مثل این صورت که پنج ضلع دارد و آن‌را با هفت مثلث رد کردیم. مساحت این هفت [مثلث]، مساحت آن شکل باشد.



و اما **فصل دوم در مساحت اجسام** است. و از آن جمله یکی کُره است و آن جسمی است که محیط باشد به او یک سطح مستدیر و این سطح را محیط کره خوانند و مرکز وی نقطه‌ای باشد که هر خط که از وی اخراج کنند به این سطح مجموع مساوی باشد و هر یکی نصف قطر

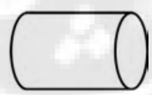
کره باشد و خطی که از سطح به سطح رسد و به مرکز بگذرد آن‌را قطر آن کره گویند مثل این:



و چون توهم کنند که برین کره دایره[ای] باشد عظمی که چون این کره حرکت کند آن دایره منطقه شود در وسط کره و اگر قطع کره کند به مرکز گذشته کره را به دو نصف مساوی// کند این‌را منطقه گویند. و مساحت بسیط این کره حاصل قطر وی باشد درین منطقه. و مساحت جرم کره مقداری باشد که حاصل شود از ضرب ثُلثان قطر در [مساحت] اعظم دایره یا ضرب نصف قطر در ثلث بسیط و مساحت نصف وی، نصف مساحت مذکور باشد.

و **یکی دیگر** اسطوانهٔ مستدیره است و آن جسمی است که محیط باشد به وی سه سطح، دور آن هر یکی دایره باشند متساوی و هر یکی ازین دو[1] را قاعدهٔ آن مخروط گویند.

و **یکی دیگر** سطحی مستدیر باشد واقع میان محیط آن دو دایره و خطی که از مرکز یک دایره به مرکز آن دیگر رسد آن‌را سهم گویند هکذا.



و **اسطوانهٔ مضلّعه** جسمی باشد که محیط شود به وی سطحی چند که دو از آن هر یکی دایره باشند که قاعده باشند و باقی...[2]

پی نوشت

[۱]. جزو هر عدد: منظور شمارنده‌های (مقسوم علیه‌های) عدد به غیر از خودش است. مثلاً اجزای عدد چهار برابر یک و دو هستند یا اجزای شش برابر یک و دو و سه هستند. اگر مجموع اجزای عدد با خود عدد برابر باشد عدد تام است مانند عدد شش و اگر کمتر از عدد باشد ناقص است مانند هشت و اگر بیشتر از عدد باشد زاید است مانند دوازده.

[۲]. کسر: نسبت دو عدد را «کسر یا نسبت» می‌گویند. به صورت کسر «مقدم» یا «منسوب» یا «عدد کسر» و به مخرج کسر «تالی» یا «منسوب الیه» می‌گفتند. بیشتر مواقع به صورت کسر هم، کسر می‌گفتند. به کسرهای $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ و ... و $\frac{۱}{۱۰}$ «کسرهای نه‌گانه» یا «اُمّهات کسور» می‌گفتند. به این کسرها و هر ترکیبی از آنها «کسر مُنطق» (گویا) می‌گفتند. برای بیان این کسرها

---

۱. نسخه: دور

۲. پایان رساله افتادگی دارد.

نیازی به لفظ جزو نیست زیرا برای کسرهای نه‌گانه اسم «نصف، ثلث، ربع، ... عُشر» نهاده‌اند. مانند نصف و خمس ($\frac{1}{5}+\frac{1}{2}$) یا دو خمس ($\frac{2}{5}$) یا سُدسِ عُشر ($\frac{1}{10}\times\frac{1}{6}$).

[۳]. به کسری که آن را نتوان به صورت ترکیب کسرهای نه‌گانه نوشت «کسر اصم» می‌گفتند. برای بیان این کسرها باید از لفظ «جزو» استفاده کرد زیرا اسم خاصی برای آنها نگذاشته‌اند مانند: یک جزو از یازده ($\frac{1}{11}$) یا دو جزو از سیزده ($\frac{2}{13}$).

[۴]. به کسر $\frac{1}{n}$ (n عدد طبیعی بزرگتر از یک است) «کسر مفرد» می‌گفتند مانند: $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{17}$ و ... و به کسر $\frac{m}{n}$ (m و n دو عدد طبیعی بزرگتر از یک است) «کسر مکرّر» می‌گفتند.

[۵]. به کسری از یک کسر، «کسر مضاف» می‌گفتند، مانند: نصف یک ششم ($\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}$) یا نصف یک ششم از یک چهارم ($\frac{1}{4}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{2}$).

[۶].غیاث‌الدین جمشید کاشانی در مقالهٔ دوم کتاب مفتاح الحساب خود، کسرهای مرکّب را به پنج دسته تقسیم کرده است.۱-کسرهای مضاف ۲- «کسرهای معطوف» یعنی کسری که مجموع چند کسر باشد ۳- «کسرهای مستثنی» یعنی کسری که تفاضل چند کسر باشد ۴- «کسرهای منکسر» یعنی کسرهایی که صورت یا مخرج آن یا هر دو، یک کسر باشد. ۵- ترکیبی از این چهار نوع.

شیخ بهایی تعریف کسر مرکب را کلی بیان کرده و مثال‌های آن مربوط به کسر معطوف و چگونگی جمع کردن آنها بدین صورت است. ۱- اگر مخرج کسرها یکی بود، مخرج کسر حاصل نیز همان است. ۲- اگر مخرج کسرها دو عدد «متداخل» بود، عدد بزرگتر، مخرج کسر حاصل می‌شود. ۳- اگر مخرج کسرها دو عدد «متباین» بود، حاصل ضرب آنها مخرج کسر حاصل است. ۴- اگر مخرج کسرها دو عدد «متوافق» بود، حاصل ضرب آنها را بر «وفق» (بزرگترین مقسوم علیه مشترک) آنها تقسیم می‌کنیم و آن مخرج کسر حاصل می‌شود (مخرج حاصل کسرها، کوچکترین مضرب مشترک کسرها است یعنی حاصل ضرب دو عدد تقسیم بر شمارندهٔ مشترک آنها).[1]

[۷]. روشی برای ضرب «اعداد مفرد» است. (عدد مفرد عددی است که فقط در یک مرتبه واقع شود یعنی از یکی از ارقام نه گانه و احیاناً چند صفر تشکیل شود. مثل ۱، ۵، ۸، ۱۰، ۲۰۰، ۴۰۰۰۰، ...). ابتدا ارقام مضروب و مضروب فیه را جمع می‌کنیم اگر حاصل از ۱۰ کمتر بود که

۱. دو عدد متداخل (متناسب) دو عددی است که یکی بر دیگری بخش پذیر باشد (مانند ۶ و ۱۲) و اعداد متباین (نسبت به هم اول) اعدادی هستند که عدد واحدی، هیچ یک از آنها را نمی‌شمارد (مانند ۹ و ۵ که مقسوم علیه مشترک ندارند) و اعداد متوافق (متشارک) اعدادی هستند که یک عدد، همگی آنها را می‌شمارد (مانند: ۱۵ و ۲۵ و ۳۰ که عدد ۵ آنها را می‌شمارد).

ضربشان آسان است. اگر حاصل از ۱۰ بیشتر بود؛ رقم یکان حاصل را در ۱۰ ضرب می‌کنیم سپس تفاضل هر دو مضروب تا ۱۰ را در یکدیگر ضرب می‌کنیم و به حاصل قبلی اضافه می‌کنیم. مثلاً حاصل ضرب ۸ در ۸ چقدر می‌شود؟

$$\left.\begin{array}{l} ۸+۸=۱۶\rightarrow ۶\times ۱۰=۶۰ \\ \left.\begin{array}{l} ۱۰-۸=۲ \\ ۱۰-۸=۲ \end{array}\right\}\rightarrow ۲\times ۲=۴ \end{array}\right\}\rightarrow ۶۰+۴=۶۴$$

در شعری منسوب به نصیرالدین طوسی این روش بیان شده است:

آحاد آحاد فراز آر مدام

ده بفکن و هر زایده را ده کن نام

وز هر طرفی نگر که تا ده چندست

در یکدگرش ضرب کن و ساز تمام

(محمد تقی مدرس رضوی، احوال و آثار نصیرالدین طوسی، دانشگاه تهران، ۱۳۳۴، ص ۶۳؛ ویرایش دوم ۱۳۵۴، ص ۶۲۲.)

این شعر با اندکی تغییر در کتاب لب الحساب علی بن یوسف بن علی منشی (به کوشش جمال‌الدین شیرازیان، مرکز انتشار نسخ خطی، بنیاد دایرةالمعارف اسلامی، تهران، ۱۳۶۸، ص ۷) آمده و به دنبال آن بیتی با همین محتوا آورده شده است:

جمع مضروبین کن و آنگاه از بالا نگر

تا ز ده چندست با محصول نقصانین او

[۸]. روشی برای ضرب «اعداد مرکب» است (عدد مرکب عددی است که در دو مرتبه یا بیشتر واقع شود مثل ۱۱، ۲۵، ۱۵۸، ۲۵۰۰۰، ....). در این روش دو عدد را با هم جمع می‌کنیم و هر مقدار که خواستیم از آن کم می‌کنیم (معمولاً مضارب ۱۰ کم می‌شود). باقیمانده را در مقدار کم شده ضرب می‌کنیم. سپس تفاضل دو مضروب را از مقدار کم شده حساب می‌کنیم. اگر مقدار کم شده از هر دو مضروب بزرگتر یا کوچکتر بود (هر دو تفاضل هم علامت بود) حاصل ضرب آنها را به حاصل قبلی اضافه می‌کنیم. و اگر عدد کم شده از یکی از مضروب‌ها کوچکتر و از دیگری بزرگتر بود (دو تفاضل مختلف العلامه بود) حاصل ضرب آنها را از حاصل قبلی کم می‌کنیم. نتیجهٔ این عملیات مقدار حاصل ضرب دو عدد است. این روش تعمیم روش قبلی است که به جای ۱۰ عددی دلخواه از مجموع مضروب و مضروب‌فیه کاسته می‌شود. اگر دو عدد را a و b بگیریم و عدد دلخواه k باشد، درستی این روش از رابطهٔ زیر اثبات می‌شود:

$$k(a+b-k)+(k-a)(k-b)=ab$$

[۹]. حاصل ضرب ۱۵ در ۱۵ چقدر است؟

$$\left.\begin{array}{l} ۱۵+۱۵=۳۰ \rightarrow ۳۰-۲۰=۱۰ \rightarrow ۱۰\times ۲۰=۲۰۰ \\ \left.\begin{array}{l} ۲۰-۱۵=۵ \\ ۲۰-۱۵=۵ \end{array}\right\} \rightarrow ۵\times ۵=۲۵ \quad , \; ۲۰>۱۵ \end{array}\right\} \rightarrow ۲۰۰+۲۵=۲۲۵$$

[۱۰]. حاصل ضرب ۱۲ در ۲۲ چقدر است؟

$$\left.\begin{array}{l} ۱۲+۲۲=۳۴ \rightarrow ۳۴-۲۰=۱۴ \rightarrow ۱۴\times ۲۰=۲۸۰ \\ \left.\begin{array}{l} ۲۰-۱۲=۸ \\ ۲۲-۲۰=۲ \end{array}\right\} \rightarrow ۸\times ۲=۱۶ \; , \; ۲۰>۱۲ \; , \; ۲۰<۲۲ \end{array}\right\} \rightarrow ۲۸۰-۱۶=۲۶۴$$

[۱۱]. طریق «یک دست» برای محاسبهٔ حاصل ضرب دو عدد مرکب دو رقمی:

حالت اول: اگر اعداد دو رقمی بود و رقم دهگان آنها مساوی بود رقم یکان یکی از آنها را با عدد دیگر جمع می‌کنیم (حاصل هر دو جمع یکی می‌شود). سپس حاصل را در رقم دهگان ضرب می‌کنیم و حاصل ضرب یکان‌ها را به آن می‌افزاییم تا حاصل ضرب دو عدد به‌دست آید.

مثال: حاصل ضرب ۱۵ در ۱۵ بدین صورت به‌دست می‌آید.

$$\left.\begin{array}{l} ۱۵+۵=۲۰ \\ ۱۵+۵=۲۰ \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} ۲۰\times ۱۰=۲۰۰ \\ ۵\times ۵=۲۵ \end{array}\right\} \rightarrow ۲۰۰+۲۵=۲۲۵$$

مثال: حاصل ضرب ۲۲ در ۲۳ چقدر است؟

$$\left.\begin{array}{l} ۲۲+۳=۲۵ \\ ۲۳+۲=۲۵ \end{array}\right\} \rightarrow \left.\begin{array}{l} ۲۵\times ۲۰=۵۰۰ \\ ۳\times ۲=۶ \end{array}\right\} \rightarrow ۵۰۰+۶=۵۰۶$$

حالت دوم: رقم دهگان مساوی نباشد. یکی از دو عدد مضروب را در دهگان دیگری ضرب می‌کنیم و یکان عدد دوم را در دهگان عدد اول ضرب می‌کنیم و این دو حاصل را با هم جمع کرده و ۱۰ برابر می‌کنیم. سپس حاصل ضرب دو رقم یکان را به آن می‌افزایم.

مثال: حاصل ضرب ۳۳ در ۴۴

$$\left.\begin{array}{l} ۳۳\times ۴=۱۳۲ \\ ۴\times ۳=۱۲ \end{array}\right\} \rightarrow ۱۳۲+۱۲=۱۴۴ \rightarrow ۱۴۴\times ۱۰=۱۴۴۰ \rightarrow ۱۴۴۰+۱۲=۱۴۵۲$$

حالت سوم: رقم دهگان یکی از آنها یک و دهگان دیگری غیر از یک باشد. رقم یکان عدد

کوچکتر را در دهگان عدد دیگر ضرب کنید و حاصل را به عدد بزرگتر اضافه کنید و حاصل را ۱۰ برابر کنید و حاصل ضرب رقم یکان را به آن بیافزایید.

مثال: حاصل ضرب ۱۵ در ۳۵

$$۵\times۳=۱۵\rightarrow۱۵+۳۵=۵۰\rightarrow۵۰\times۱۰=۵۰۰\rightarrow۵۰۰+۵\times۵=۵۲۵$$

روش یک دست را می‌توان برای اعداد بزرگتر هم به کار برد فقط باید در مرحله‌ای که حاصل را در ۱۰ ضرب می‌کنیم در $۱۰^{n-۱}$ (n تعداد ارقام اعداد است) ضرب کنیم. شیخ بهایی حالت کلی‌تر را نیاورده است.

[۱۲]. فرمول مجموع اعداد طبیعی $۱+۲+۳+...+n=\frac{n(n+۱)}{۲}=\frac{n^۲+n}{۲}$.

[۱۳]. فرمول مجموع اعداد فرد (شیخ بهایی عدد فرد را «وَتر» و عدد زوج را «شَفع» نامیده است). در آیات دوم و سوم سورهٔ فجر در قرآن آمده است: وليالٍ عشر والشفع والوتر (سوگند به شب‌های دهگانه، و به زوج و فرد).

$$۱+۳+۵+...+(۲n-۱)=n^۲$$

[۱۴]. شیخ بهایی هفت قاعده بیان کرده و آن‌را از استنباطات خود دانسته است. مجموع اعداد زوج، فرمول مجموع ۱۰ برابر و ۱۰۰ برابر اعداد طبیعی و فرد و زوج. در آخر بهایی گفته که این فرمول‌ها را می‌توان برای ۱۰۰۰ برابر اعداد یا بیشتر هم بیان کرد.

۱- $۲+۴+۶+...+۲n=n^۲+n=n(n+۱)$

۲- $۱۰+۲۰+۳۰+...+۱۰n=\frac{۱۰n(n+۱)}{۲}$

۳- $۱۰+۳۰+۵۰+...+۱۰(۲n-۱)=۱۰n^۲$

۴- $۲۰+۴۰+۶۰+...+۱۰(۲n)=۱۰n(n+۱)$

۵- $۱۰۰+۲۰۰+۳۰۰+...+۱۰۰n=\frac{۱۰۰n(n+۱)}{۲}$

۶- $۱۰۰+۳۰۰+۵۰۰+...+۱۰۰(۲n-۱)=۱۰۰n^۲$

۷- $۲۰۰+۴۰۰+۶۰۰+...+۱۰۰(۲n)=۱۰۰n(n+۱)$

[۱۵]. فرمول پیدا کردن جملهٔ nام در یک دنبالهٔ حسابی است. اگر a_n جملهٔ nام و n تعداد جمله و d قدر نسبت (بهایی آن را فضل نامیده است) باشد داریم: $a_n = a_۱ + (n-۱)d$

[۱۶]. فرمول مجموع جملات دنبالهٔ حسابی است: $s_n = \frac{n(a_۱ + a_n)}{۲}$

پس $S_{۱۰} = \frac{۱۰(۱+۱۹)}{۲} = ۱۰۰$.

[۱۷]. اگر کسری را ساده کنیم (صورت را بر مخرج تقسیم کنیم) اگر صورت (منسوب) کسر یک بیاید گویند خارج قسمت همیشه از اجزای مخرج (منسوب الیه) است مثل ۵ بر ۱۵ و اگر مخرج کسر یک باشد گویند خارج قسمت همیشه از اجزای صورت است مثل ۱۲ بر ۴ و اگر صورت و مخرج هیچ‌کدام یک نشود گویند خارج قسمت هم از اجزای صورت است و هم از اجزای مخرج مثل ۱۵ بر ۶.

[۱۸]. اگر مخرج به یک نسبت از صورت بزرگتر باشد در این صورت حاصل نسبت از اجزای یک است یعنی حاصل به صورت $\frac{۱}{n}$ است. در این حالت به صورت کسر «منسوب» گویند و اگر صورت کسر بزرگتر از مخرج باشد به صورت کسر «مقسوم» گویند.

[۱۹]. «عدد مُنطق» یا «مفتوح» یا «ثانی» سه نوع است ۱- عددی که فقط جذر دارد مثل ۱۲۱، ۱۰۰، ... ۲-عددی که فقط یکی از کسرهای نه گانه را دارد مانند ۱۲ که نصف و ثلث و ربع و سدس دارد ۳- عددی که هم جذر دارد و هم یکی از کسرهای نه گانه مانند ۵، ۹، ۱۶ و .... و هر عددی که نه جذر دارد و نه یکی از کسرهای نه گانه به آن «عدد اول» یا «عدد اصم» می‌گفتند.

[۲۰]. ساده کردن کسر را «تلخیص» گویند. مثلاً $\frac{۳}{۱۲۰}$ برابر $\frac{۱}{۴۰}$ است و کسر همیشه به کمترین مقادیر صورت و مخرج ساده می‌شود.

[۲۱]. اگر عددی، حاصل ضرب یک عدد اول (اصم) در یک عدد منطق باشد می‌توان آن‌را بر آن عدد اول تقسیم کرد که به آن «مشترک» گویند؛ مانند ۱۱۰ که حاصل ضرب ۱۱ در ۱۰ است. نسبت ۱۱ به ۱۱۰ یک دهم می‌شود که از کسرهای نه‌گانه است (نصف، ثلث، ... تا عشر) و نسبت ۱۰ به ۱۱۰ یک یازدهم است که از کسرهای نه گانه نیست.

[۲۲]. روشی برای تقریب نسبت یک عدد به یک عدد اول و تبدیل آن به کسرهای نه گانه است. از عدد اول مخرج، یک بار عددی را کم و بار دیگر همان عدد را زیاد می‌کنیم، چنان که هر دو مخرج جدید منطق شوند. میانگین دو کسر با همان صورت و با این مخرج‌ها، تقریبی از کسر اول است. یعنی: $\frac{a}{b} = \frac{۱}{۲}(\frac{a}{b-k} + \frac{a}{b+k})$ مثلاً: $\frac{۴}{۱۱} \cong \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱۲}) = \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۶}$

[۲۳]. روش محاسبهٔ مجموع کسرها است. اگر مخرج‌ها یکسان بود به صورت $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$ و اگر مخرج‌ها متفاوت بود به صورت $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ جمع می‌کنیم.

$$\frac{۱}{۵}+\frac{۱}{۶}=\frac{۶+۵}{۳۰}=\frac{۱۱}{۳۰}=\frac{۱۰}{۳۰}+\frac{۱}{۳۰}=\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۳۰}\times\frac{۱}{۱۰}$$

$$\frac{۵}{۶}+\frac{۷}{۸}=\frac{۴۰+۴۲}{۴۸}=\frac{۸۲}{۴۸}=۱+\frac{۳۴}{۴۸}=۱\frac{۳۲}{۴۸}+\frac{۲}{۴۸}=۱\frac{۲}{۳}+\frac{۱}{۳}\times\frac{۱}{۸}$$

$$\frac{۳}{۵}+\frac{۱}{۱۰}+\frac{۳}{۶}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۷}{۱۰}+\frac{۷}{۱۲}=\frac{۱۵۴}{۱۲۰}=۱+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۵}\times\frac{۱}{۶}$$

[۲۴]. دربارهٔ این است که کسر $\frac{a}{b}$ چند تا کسر $\frac{۱}{c}$ است. که جواب آن $\frac{ac}{b}$ است. مثلاً $\frac{۵}{۶}$ چند تا $\frac{۱}{۷}$ است که جواب می‌شود $\frac{۵\times۷}{۶}=\frac{۳۵}{۶}=۵\frac{۵}{۶}$. یعنی $\frac{۵}{۶}=۵\frac{۵}{۶}\times\frac{۱}{۷}$ است.

[۲۵]. اگر بخواهیم بدانیم که مجموع چند کسر، چند برابر کسر دیگری است. برای هر کسر مثل قبل عمل می‌کنیم و جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

[۲۶]. قاعدهٔ تساوی حاصل ضرب طرفین و وسطین در تناسب است، یعنی: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\rightarrow ad=bc$. اگر یکی از اعداد تناسب (مثلاً c) مجهول و بقیه معلوم باشد، برای تعیین مجهول داریم: $\frac{a}{b}=\frac{x}{d}\rightarrow x=\frac{ad}{b}$.

[۲۷]. مُسعَّر و مُثَمّن به معنی «قیمت گذاری شده، ارزش گذاری شده، نرخ گذاری شده» و سعر و ثمن به معنی «قیمت، ارزش، نرخ» است. ولی در اینجا مسعر به معنی مقدار کالای ارزش‌گذاری شده و مثمن به معنی مقدار کالای مورد معامله است. اگر بهای مقدار a (یا تعداد a) از کالایی، b باشد؛ می‌خواهیم بدانیم بهای مقدار c (یا تعداد c) از آن کالا چقدر است؟ اگر بهای آن d باشد، آنگاه a مسعّر، b سعر، c مثمّن و d ثمن است. مثلاَ ۱۰۰ من انگور ۱۲ دینار است؛ ۵ من انگور چند می شود؟ $d=\frac{۱۲\times۵}{۱۰۰}=\frac{۳}{۵}$ در این مسئله ۱۰۰ مسعر و ۱۲ سعر و ۵ مثمن و $\frac{۳}{۵}$ ثمن است. اگر بپرسند بهای چند من انگور ۵ دینار است، c مجهول است و می‌نویسیم $c=\frac{۱۰۰\times۵}{۱۲}=\frac{۵۰۰}{۱۲}=۴۱\frac{۲}{۳}$. اگر بهای ۲۵ من ۳ درهم باشد، بهای ۱۰۰ من ۱۲ درهم می‌شود و ۱۲ درهم بهای ۱۰۰ من است.

جمشید کاشانی در باب سوم از مقالهٔ پنجم مفتاح الحساب دستور زیر را آورده است:

اگر مسعر دو معامله و همچنین ثمن آن‌ها یکسان باشد در این صورت نسبت سعر اولی به سعر دومی برابر نسبت مثمن دومی به مثمن اولی است.

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d} \text{ و } \frac{a}{b'}=\frac{c'}{d} \Rightarrow bc=b'c' \Rightarrow \frac{b}{b'}=\frac{c'}{c}$$

مثال: اگر یک مثقال لؤلؤ ده درهم و یک مثقال طلا پنج درهم باشد؛ در این صورت بیست مثقال طلا صد دینار و ده مثقال لؤلؤ هم صد دینار می‌شود زیرا:

$$\frac{\text{سعر لؤلؤ}}{\text{سعر طلا}}=\frac{\text{مثمن طلا}}{\text{مثمن لؤلؤ}} \Rightarrow \frac{۱۰}{۵}=\frac{۲۰}{۱۰}=۲$$

در واقع بیست مثقال طلا (مثمن طلا) با ده مثقال لؤلؤ (مثمن لؤلؤ) دارای ارزش (ثمن) یکسان است و می‌توان آن‌ها را با هم مبادله کرد.

[۲۸]. مساحت جامه برابر است با $۱۰\times۳\frac{۳}{۴}=\frac{۶۰۰}{۱۶}$ و مساحت قطعهٔ جامه برابر با $۲\frac{۱}{۲}\times۱\frac{۱}{۴}=\frac{۵۰}{۱۶}$ است پس مانند این است که بگوییم ۶۰۰ ذرع جامه ۱۲ درهم است ۵۰ ذرع آن چقدر است؟ بنابراین $\frac{۵۰}{x}=\frac{۶۰۰}{۱۲}$ و با قاعدهٔ تناسب داریم: $x=\frac{۵۰\times۱۲}{۶۰۰}=۱$.

[۲۹]. چون مزد کارگر در ۳۰ روز برابر ۵ درهم و یک جامه و یک انگشتر و مزدش در ۱۰ روز یک جامه و مزدش در ۴ روز یک انگشتر است، پس مزد ۱۶ روز او برابر ۵ درهم است. بهای جامه معادل مزد ۱۰ روز کار و بهای انگشتر معادل مزد ۴ روز کار است. طبق قاعدهٔ تناسب، قیمت جامه $x=\frac{۵\times۱۰}{۱۶}=۳\frac{۱}{۸}$ درهم و قیمت انگشتر $x=\frac{۵\times۴}{۱۶}=۱\frac{۱}{۴}$ درهم است.

[۳۰]. هر ۶ انار را به یک درهم خریده و هر ۵ انار را به یک درهم فروخته است. پس از هر ۵ درهم، یک درهم سود کرده یعنی از هر درهم $\frac{۱}{۵}$ درهم سود کرده است. چون کل سود او ۱۰ درهم است پس طبق قاعدهٔ تناسب، سرمایه‌اش برابر است با: $\frac{۱}{۵}=\frac{۱۰}{x}\rightarrow x=۵۰$.

[۳۱]. فرض کنیم x تعداد مردان و y تعداد درهم‌ها باشد پس داریم: $x+y=۷۰$ و هر یک مرد $۲\frac{۱}{۲}$ درهم می‌گیرد. پس هر ۱۰ مرد ۲۵ درهم می‌گیرد که جمع آنها ۳۵ می‌شود. طبق قاعدهٔ تناسب، داریم: $\frac{۱۰}{۳۵}=\frac{x}{۷۰}\rightarrow x=۲۰$ و $\frac{۲۵}{۳۵}=\frac{x}{۷۰}\rightarrow x=۵۰$.

[۳۲]. فرض کنیم x تعداد مردان و y تعداد درهم و z تعداد دینار باشد پس $x+y+z=۶۰$

است. به هر یک مرد دو درهم و سه دینار رسیده است. $6 = 3 + 2 + 1$ است پس طبق قاعدهٔ تناسب داریم: $\frac{1}{6}=\frac{x}{60}\to x=10$ و $\frac{2}{6}=\frac{y}{60}\to y=20$ و $\frac{3}{6}=\frac{z}{60}\to z=30$.

[۳۳]. نهر اول حوض را در یک روز پر می‌کند، نهر دوم در دو روز و نهر سوم در سه روز. مضرب مشترک ۱ و ۲ و ۳ شش است. در شش روز نهر اول ۶ بار، نهر دوم ۳ بار و نهر سوم ۲ بار حوض را پر می‌کند. پس حوض در هر ۶ روز ۱۱ بار پر می‌شود. طبق قاعدهٔ تناسب داریم: $\frac{6}{11}=\frac{x}{1}\to x=\frac{6}{11}$ یعنی حوض در $\frac{6}{11}$ روز معادل $13\frac{1}{11}$ ساعت پر می‌شود. شیخ بهایی می‌گوید مجموع روزها را می‌گیریم که شش است ولی در واقع باید مضرب مشترک تعداد روزها را گرفت که در اینجا همان شش است.

[۳۴]. از شخص می‌خواهیم عدد a را به دو قسمت b و c تقسیم کند و عملیات مذکور را انجام دهد و حاصل را به ما بگوید جذر این مقدار همان $c = a + b$ است.

$$a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2 \to c = a + b$$

[۳۵]. از شخص بخواهید از خودش تا شخصی که انگشتر را به وی داده است بشمارد. سپس به روش یافتن عدد اختیار شده در قسمت [۳۴] آن عدد و در نتیجه آن شخص را بیابید.

[۳۶]. در این قسمت ۱۶ حالت دستگاه معادلات معرفی شده است. منظور از عطف علامت مثبت و منظور از استثناء علامت منفی است. اگر مال زید را x و مال عمرو را y بنامیم داریم:

$$\begin{cases} x = 10 \pm \frac{1}{2}y \\ y = 10 \pm \frac{1}{2}x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \pm \frac{1}{8}y \\ y = 20 \pm \frac{1}{2}x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \pm \frac{1}{2}y \\ y = 10 \pm \frac{1}{8}x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \pm \frac{1}{2}y \\ y = 20 \pm \frac{1}{2}x \end{cases}$$

[۳۷]. شیخ بهایی دو دستگاه از دستگاه‌های فوق را به روش زیر که امروزه به آن «روش جایگذاری» می‌گوییم حل کرده است.

$$\begin{cases} x = 10 + \frac{1}{2}y \\ y = 10 + \frac{1}{2}x \to \frac{1}{2}y = 5 + \frac{1}{4}x \end{cases} \to \begin{cases} x = 10 + (5 + \frac{1}{4}x) \to \frac{3}{4}x = 15 \to x = 20 \\ \frac{1}{2}y = 5 + \frac{1}{4}x \qquad y = 10 + \frac{1}{2}(20) = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 - \frac{1}{2}y \\ y = 10 - \frac{1}{2}x \to \frac{1}{2}y = 5 - \frac{1}{4}x \end{cases} \to \begin{cases} x = 10 - (5 - \frac{1}{4}x) \to \frac{3}{4}x = 5 \to x = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \\ \frac{1}{2}y = 5 - \frac{1}{4}x \qquad y = 10 - \frac{1}{2}(\frac{20}{3}) = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \end{cases}$$

[۳۸]. یکی از روش‌های به‌دست آوردن مجهول‌ها، روش «تحلیل و ترکیب» یا «تحلیل و

تعاکس» است. در عمل ترکیب، مسئله را حل می‌کنیم؛ ولی در عمل تحلیل برای حلّ مسئله جواب را در نظر گرفته هر چه مسئله بیان کرده است عکس آن‌را عمل می‌کنیم. مثلاً اگر جمع کرده، تفریق می‌کنیم؛ اگر تقسیم کرده، ضرب می‌کنیم؛ اگر n برابر کرده، ما $\frac{۱}{n}$ برابر می‌کنیم و از آخر مسئله به اوّل مسئله می‌رسیم تا جواب به‌دست آید.

[۳۹]. اگر اصل سرمایه (رأس المال) را x بنامیم مسئله بدین صورت است $۴[۳(۲x-۳)-۵]-۱۰=۲$ که حل آن به روش تحلیل چنین است:

$$۲+۱۰=۱۲ \rightarrow ۱۲\div۴=۳ \rightarrow ۳+۵=۸ \rightarrow ۸\div۳=۲\frac{۲}{۳} \rightarrow ۲\frac{۲}{۳}+۳=۵\frac{۲}{۳} \rightarrow ۵\frac{۲}{۳}\div۲=۲\frac{۵}{۶}$$

پس $x=۲\frac{۵}{۶}$ است. البته شیخ بهایی به‌جای مراحل $۱۲\div۴=۳$ و $۸\div۳=۲\frac{۲}{۳}$ به ترتیب چنین عمل کرده است:

$$۸-\frac{۲}{۳}\times۸=\frac{۱}{۳}\times۸=۲\frac{۲}{۳} \text{ و } ۱۲-\frac{۳}{۴}\times۱۲=\frac{۱}{۴}\times۱۲=۳$$

[۴۰]. مقدار درم را x فرض می‌کنیم. مسئله چنین است:

$$x-\frac{۱}{۳}x-۴=۶ \rightarrow \frac{۲}{۳}x-۴=۶$$

حل: $۶+۴=۱۰ \rightarrow ۱۰\div۲=۵ \rightarrow ۵\times۳=۱۵$ پس $x=۱۵$ است.

[۴۱]. به بیان جبری $۲(۲x-۱)=۱۰$.

حل:

$$۱۰+۱=۱۱ \rightarrow ۱۱\div۲=۵\frac{۱}{۲} \rightarrow ۵\frac{۱}{۲}+۱=۶\frac{۱}{۲} \rightarrow ۶\frac{۱}{۲}\div۲=۳\frac{۱}{۲}$$

[۴۲]. «روش یک خطا» برای حل معادلهٔ درجهٔ اول است. در این روش یک مقدار دلخواه مانند a در نظر می‌گیریم و آن‌چه مسئله گفته روی آن اعمال می‌کنیم تا مقدار b به‌دست آید. اگر جواب آخر مسئله c باشد مقدار مجهول x از تناسب $\frac{x}{c}=\frac{a}{b}$ به‌دست می‌آید.

مثلاً مال زید را x فرض می‌کنیم و معادله به‌صورت $x+\frac{۱}{۵}x=۷$ است. فرض کنیم جواب معادله $a=۵$ باشد. پس با توجه به مسئله $b=۵+\frac{۱}{۵}\times۵=۶$ می‌شود. مقدار آخر مسئله هم $c=۷$ است پس مقدار مجهول بدین صورت به‌دست می‌آید: $\frac{x}{۷}=\frac{۵}{۶} \rightarrow x=\frac{۳۵}{۶}=۵\frac{۵}{۶}$.

[۴۳]. مقدار مال را x می‌گیریم. فرض کنیم مقدار مال $a=۹$ باشد. آن‌چه مسئله گفته روی

آن اعمال می‌کنیم جواب $b = ۵۷\frac{۳}{۵}$ می‌شود. مقدار آخر مسئله هم $c = ۲۰$ است پس مقدار مجهول بدین صورت به‌دست می‌آید:

$$\frac{x}{۲۰} = \frac{۹}{۵۷\frac{۳}{۵}} \rightarrow x = \frac{۱۸۰}{۵۷\frac{۳}{۵}} = ۳\frac{۱}{۸}$$

[۴۴]. روش خَطَأین (دو خطا) هم برای حل معادلات درجهٔ اول است. در این روش، فرض می‌کنیم عدد دلخواهِ $x_۱$ جواب مسئله باشد و آن‌را «مفروض اوّل» یا «مال اول» می‌نامیم. آن‌چه را که در مسئله گفته شده است در مورد این عدد، اعمال می‌کنیم. اگر حاصل عمل برابر همان مقدار باشد که مسئله خواسته است، $x_۱$ جواب مسئله خواهد بود وگرنه اختلاف نتیجهٔ حاصل از $x_۱$ و جواب خواسته شده را حساب می‌کنیم و آن‌را «خطای اوّل» ($e_۱$) می‌نامیم. دوباره عدد دلخواه $x_۲$ را جواب مسئله در نظر می‌گیریم و آن‌را «مفروض دوم» یا «مال دوم» می‌نامیم. به همان ترتیب قبلی «خطای دوم» ($e_۲$) را حساب می‌کنیم. اگر هر دو نتیجه از جواب مسئله بیش‌تر بودند خطاها را اضافی (زاید، مثبت) و اگر کم‌تر بودند آن‌ها را نقصانی (ناقص، منفی) می‌نامیم. حاصل ضرب مفروض دوم در خطای اول ($x_۲e_۱$) را «محفوظ اوّل» و یا «مضروب اول» و حاصل ضرب مفروض اوّل در خطای دوم ($x_۱e_۲$) را «محفوظ دوم» یا «مضروب دوم» می‌نامیم. اگر خطاها هر دو مثبت (اضافی) یا هر دو منفی (نقصانی) باشند جواب مسئله از رابطهٔ $x = \frac{x_۱e_۲ - x_۲e_۱}{e_۲ - e_۱}$ یا $x = \frac{x_۲e_۱ - x_۱e_۲}{e_۱ - e_۲}$ به‌دست می‌آید و اگر از دو خطا یکی مثبت و دیگری منفی باشد جواب مسئله از رابطهٔ $x = \frac{x_۱e_۲ + x_۲e_۱}{e_۲ + e_۱}$ به‌دست می‌آید.

[۴۵]. مال زید را x فرض می‌کنیم. معادله بدین صورت است.

$$(x - \frac{۲}{۳}x - ۱) + \frac{۱}{۵}(x - \frac{۲}{۳}x - ۱) + ۲ = ۱۰$$

فرض می‌کنیم $x_۱ = ۳۳$. این مقدار را در معادله قرار می‌دهیم ۱۴ می‌شود. پس: $e_۱ = ۱۴ - ۱۰ = ۴$ دوباره $x_۲ = ۳۰$ در نظر می‌گیریم این مقدار را در معادله قرار می‌دهیم $۱۲\frac{۴}{۵}$ می‌شود پس: $e_۲ = ۲\frac{۴}{۵}$ هر دو خطا مثبتند. پس جواب مسئله ۲۳ می‌شود.

$$x = \frac{x_۲e_۱ - x_۱e_۲}{e_۱ - e_۲} = \frac{۳۰ \times ۴ - ۳۳ \times ۲/۸}{۴ - ۲/۸} = \frac{۱۲۰ - ۹۲/۴}{۱/۲} = \frac{۲۷/۶}{۱/۲} = ۲۳$$

[۴۶]. اگر مال اول را x و مال دوم را y بگیریم مسئله منجر به دستگاه $\begin{cases} x+۱=۳(y-۱) \\ y+۲=۵(x-۲) \end{cases}$ می‌شود.

فرض کنیم $x_۱=۸$ باشد. این مقدار را در معادلهٔ اول قرار می‌دهیم $y_۱=۴$ می‌شود. حال اگر در معادلهٔ دوم به‌جای y مقدار ۴ و به‌جای x مقدار ۸ قرار دهیم سمت چپ ۶ و سمت راست ۳۰ می‌شود پس $e_۱=۶-۳۰=-۲۴$ می‌شود. دوباره $x_۲=۵$ در نظر می‌گیریم و مثل مرحلهٔ قبل عمل می‌کنیم، $y_۲=۳$ می‌شود. این دو مقدار را در معادلهٔ دوم قرار می‌دهیم سمت چپ ۵ و سمت راست ۱۵ می‌شود. پس $e_۲=۵-۱۵=-۱۰$ و هر دو خطا منفی هستند. پس داریم:

$$x=\frac{x_۲e_۱-x_۱e_۲}{e_۱-e_۲}=\frac{۵\times۲۴-۸\times۱۰}{۲۴-۱۰}=\frac{۱۲۰-۸۰}{۱۴}=\frac{۴۰}{۱۴}=۲\frac{۶}{۷}$$

اگر این مقدار را در یکی از معادلات قرار دهیم مقدار y به‌دست می‌آید، یا به کمک فرمول خطأین داریم:

$$y=\frac{y_۲e_۱-y_۱e_۲}{e_۱-e_۲}=\frac{۳\times۲۴-۴\times۱۰}{۲۴-۱۰}=\frac{۷۲-۴۰}{۱۴}=\frac{۳۲}{۱۴}=۲\frac{۲}{۷}$$

[۴۷]. جبر عملِ افزودن جمله‌های مساوی به دو طرف یك معادله برای حذف جمله‌های منفی و جمع جملات متشابه است. مقابله به معنای حذف مقادیر مساوی از دو طرف معادله است. مجهول (x) را «شئ و جذر و ضلع» و توان دوم مجهول ($x^۲$) را «مجذور و مال و مربع و مضلع» و توان سوم ($x^۳$) را «کعب و مکعب» و توان چهارم ($x^۴$) را «مال مال» می‌گفتند. برای توان‌های بعدی به همین شکل از کلمهٔ مال و کعب استفاده می‌شود و همواره مال بر کعب تقدم دارد. مانند: «مال کعب» یعنی $x^۵$ و «کعب کعب» یعنی $x^۶$ و «مال مال کعب» یعنی $x^۷$ و «مال کعب کعب» یعنی $x^۸$ و «کعب کعب کعب» یعنی $x^۹$ و «مال مال کعب کعب» یعنی $x^{۱۰}$ و الی آخر. به هر یک از این اجناس مراتب و به شئ و مال وکعب، اصول و به بقیه فروع می‌گفتند. اگر بخواهند هر یک از مراتب مجهول را معکوس کنند؛ قبل از آن کلمهٔ «جزء» می‌آورند. مثلاً «جزء المال» یعنی: $\frac{۱}{x^۲}$، «جزء الکعب» یعنی: $\frac{۱}{x^۳}$ و الی آخر.

[۴۸]. جذر تحقیقی جذری است که مقدار آن گویا باشد مثل ۱، ۴، ۹، ۱۰۰، ۴۰۰، ۹۰۰، $\frac{۴}{۹}$، ... و

$$\sqrt{۴\frac{۴}{۷}+\frac{۱}{۴۹}}=\sqrt{\frac{۳۲}{۷}+\frac{۱}{۴۹}}=\sqrt{\frac{۲۲۵}{۴۹}}=\frac{۱۵}{۷}$$

[۴۹]. جذر تقریبی برای یافتن جذرهای گنگ است و شیخ بهایی سه روش برای آنها آورده است.

جذر تقریبی نقصانی

$$\sqrt{x}=\sqrt{a^{۲}+k}\cong a+\frac{k}{۲a+k}\quad \sqrt{۱۰}=\sqrt{۳^{۲}+۱}\cong ۳+\frac{۱}{۲\times ۳+۱}=۳\frac{۱}{۷}.$$

جذر تقریبی اضافی

$$\sqrt{x}=\sqrt{a^{۲}+k}\cong a+\frac{k}{a+k}\quad \sqrt{۲۰}=\sqrt{۴^{۲}+۴}\cong ۴+\frac{۴}{۴+۴}=۴\frac{۱}{۲}.$$

جذر تقریبی دقیق‌تر

$$\sqrt{x}=\frac{\sqrt{xa^{۲}}}{\sqrt{a^{۲}}}\quad \sqrt{۱۰}=\frac{\sqrt{۹۰}}{\sqrt{۹}}\cong\frac{۹\frac{۱}{۲}}{۳}=۳\frac{۱}{۶}\qquad \sqrt{۱۰}=\frac{\sqrt{۴۰}}{\sqrt{۴}}\cong\frac{۶\frac{۱}{۳}}{۲}=۳\frac{۱}{۶}.$$

در حالت دوم جذر $\sqrt{۴۰}$ برابر با $۶\frac{۱}{۳}$ یافته شده است ولی مطابق دستورهای فوق جذر تقریبی نقصانی ۴۰ برابر با $۶\frac{۱}{۴}$ و جذر تقریبی اضافی آن $۶\frac{۲}{۵}$ است.

[۵۰]. قواعد ضرب:

$$ax^{n}\times bx^{m}=abx^{n+m}\quad \frac{a}{x^{n}}\times\frac{b}{x^{m}}=\frac{ab}{x^{n+m}}\quad ax^{n}\times\frac{b}{x^{m}}=abx^{n-m}$$

[۵۱]. شیخ بهایی اصطلاح «مثبت» را برای مفروق منه (عددی که مقداری از آن را بکاهند) و اصطلاح منفی را برای مفروق (عددی که از عدد اول کاسته شود) به کار برده است و فرمول $(a\pm b)(c\pm d)=ac\pm ad\pm bc\pm bd$ را با ذکر مثال بیان کرده است.

[۵۲]. قواعد تقسیم:

$$ax^{n}\div bx^{m}=\frac{a}{b}x^{n-m}\quad \frac{a}{x^{n}}\div\frac{b}{x^{m}}=\frac{a}{b}x^{m-n}\quad ax^{n}\div\frac{b}{x^{m}}=\frac{a}{b}x^{n+m}$$

[۵۳]. پیشینیان (چون اعداد منفی را نمی‌پذیرفتند) معادله‌ها را به شش نوع تقسیم کرده‌اند. که به آن‌ها «معادله‌های شش‌گانه» یا «مسائل شش‌گانه» می‌گفتند. در سه تا از این معادله‌ها، یك جمله از جمله‌های سه‌گانه (عدد، شیء و مال) با جملهٔ دیگر، برابر است؛ که به آن‌ها «مفردات» می‌گفتند و در سه تای دیگر دو جمله با جملهٔ سوم برابر است؛ که به آن‌ها «مقترنات» می‌گفتند. این معادله‌ها بدین صورت هستند:

اولین مفردات: $bx=c$	اولین مقترنات: $ax^{۲}+bx=c$
دومین مفردات: $ax^{۲}=bx$	دومین مقترنات: $ax^{۲}+c=bx$
سومین مفردات: $ax^{۲}=c$	سومین مقترنات: $bx+c=ax^{۲}$

[۵۴]. عمل ردّ و تکمیل: اگر بخواهیم در معادله‌ها، ضریب بزرگ‌ترین جمله، برابر عدد

یک شود؛ دو طرف معادله را بر این ضریب تقسیم می‌کنیم. اگر این ضریب از عدد یک بزرگ‌تر باشد؛ به آن عملِ «رد» می‌گفتند و اگر این ضریب کوچک‌تر از عدد یک باشد؛ به آن عملِ «تکمیل» می‌گفتند.

[۵۵]. حل مسئلهٔ اول مفردات: $bx = c \rightarrow x = \frac{c}{b}$

مثال: مال زید را x و مال عمرو را y فرض می‌کنیم. مسئله به دستگاه خطی زیر منجر می‌شود.

$$\begin{cases} x = ۱۰۰۰ + \frac{۱}{۲}y \rightarrow x = ۱۰۰۰ + (۵۰۰ + \frac{۱}{۴}x) \rightarrow \frac{۳}{۴}x = ۱۵۰۰ \rightarrow x = ۲۰۰۰ \\ y = ۱۰۰۰ + \frac{۱}{۲}x \rightarrow y = ۱۰۰۰ + \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰۰ = ۲۰۰۰ \end{cases}$$

[۵۶]. حل مسئلهٔ دوم مفردات: $ax^۲ = bx \rightarrow x = \frac{b}{a}$

مثال: مال زید را x و مال عمرو را y فرض می‌کنیم. مسئله به دستگاه غیر خطی زیر منجر می‌شود.

$$\begin{cases} x + y = ۲۰ \\ x^۲ + x(\frac{۱}{۲}y) = ۳۲ + ۱۰x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^۲ + x(۱۰ - \frac{۱}{۲}x) = ۳۲ + ۱۰x \rightarrow \frac{۱}{۲}x^۲ = ۳۲ \rightarrow x = ۸ \\ y = ۲۰ - x \rightarrow y = ۲۰ - ۸ = ۱۲ \end{cases}$$

[۵۷]. حل مسئلهٔ سوم مفردات: $ax^۲ = bx \rightarrow x = \frac{b}{a}$

مثال: $۵ = \frac{۱۰}{۲} = x \rightarrow ۱۰x = ۲x^۲$ یا $۱۰ = x \rightarrow ۵x = \frac{۱}{۲}x^۲$.

مثال: مال زید را x گیریم. داریم:

$$(x - \frac{۱}{۶}x)(\frac{۱}{۶}x) = x \rightarrow \frac{۵}{۳۶}x^۲ = x \rightarrow x = \frac{۳۶}{۵} = ۷\frac{۱}{۵}$$

[۵۸]. حل مسئلهٔ اول مقترنات:

$$ax^۲ + bx = c \rightarrow x^۲ + \frac{b}{a}x = \frac{c}{a} \rightarrow x^۲ + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{۲a}\right)^۲ = \frac{c}{a} + \left(\frac{b}{۲a}\right)^۲ = \frac{c}{a} + \frac{b^۲}{۴a^۲} \rightarrow$$

$$(x + \frac{b}{۲a})^۲ = \frac{۴ac + b^۲}{۴a^۲} \rightarrow x + \frac{b}{۲a} = \frac{\sqrt{۴ac + b^۲}}{۲a} \rightarrow x = \frac{\sqrt{۴ac + b^۲}}{۲a} - \frac{b}{۲a} = \frac{\sqrt{۴ac + b^۲} - b}{۲a}$$

$$x^۲ + ۱۰x = ۳۹,\ x^۲ + ۱۰x + ۲۵ = ۶۴,\ (x + ۵)^۲ = ۶۴,\ x + ۵ = ۸,\ x = ۳$$

مثال: مال زید را x می‌کنیم، داریم:

$$(\frac{۱}{۳}x+۱)(\frac{۱}{۴}x+۱)=۲۰ \rightarrow \frac{۱}{۱۲}x^{۲}+\frac{۷}{۱۲}x=۱۹ \rightarrow x^{۲}+۷x=۲۲۸ \rightarrow$$

$$x^{۲}+۷x+\frac{۴۹}{۴}=۲۲۸+\frac{۴۹}{۴} \rightarrow x+\frac{۷}{۲}=\sqrt{۲۴۰\frac{۱}{۴}}=۱۵\frac{۱}{۲} \rightarrow x=۱۵\frac{۱}{۲}-\frac{۷}{۲}=۱۲$$

[۵۹]. حل مسئلهٔ دوم مقترنات:

$$bx=ax^{۲}+c \Rightarrow \frac{b}{a}x=x^{۲}+\frac{c}{a} \Rightarrow x=\frac{b}{۲a}\pm\sqrt{\left(\frac{b}{۲a}\right)^{۲}-\frac{c}{a}} \Rightarrow x=\frac{b}{۲a}\pm\frac{\sqrt{b^{۲}-۴ac}}{۲a}$$

مثال ۱: $x^{۲}+۲۱=۱۰x \rightarrow x=۵\pm\sqrt{۵^{۲}-۲۱} \rightarrow x=۵\pm۲=۷\ ,\ ۳$

مثال ۲: $x^{۲}+۱۶=۸x \rightarrow x=۴\pm\sqrt{۴^{۲}-۱۶} \rightarrow x=۴$

مثال ۳: معادله جواب ندارد. $x^{۲}+۳۰=۱۰x \rightarrow x=۵\pm\sqrt{۵^{۲}-۳۰}$

مثال ۴: حل دستگاه غیر خطی است. فرض کنیم دو قسمت عدد ۱۰ مقادیر x و y باشند.

$$\begin{cases}x+y=۱۰\\ x^{۲}+y^{۲}=۶۸\end{cases} \rightarrow \begin{cases}y=۱۰-x\\ x^{۲}+(۱۰-x)^{۲}=۶۸ \rightarrow x^{۲}+۱۰۰+x^{۲}-۲۰x=۶۸ \rightarrow x^{۲}+۱۶=۱۰x\end{cases}$$

$$x=۵\pm\sqrt{۵^{۲}-۱۶}=۵\pm۳=۸\ ,\ ۲$$

[۶۰]. حل مسئلهٔ سوم مقترنات:

$$ax^{۲}=bx+c \rightarrow x^{۲}=\frac{b}{a}x+\frac{c}{a} \rightarrow x=\frac{b}{۲a}+\sqrt{\left(\frac{b}{۲a}\right)^{۲}+\frac{c}{a}} \rightarrow x=\frac{b}{۲a}+\frac{\sqrt{b^{۲}+۴ac}}{۲a}$$

مثال ۱: $۶x+۴۰=x^{۲} \rightarrow x=۳+\sqrt{۳^{۲}+۴۰}=۳+۷=۱۰$

مثال ۲: مال زید را x می‌کنیم، داریم:

$$۲(۵x+۴۲)=۴x^{۲} \rightarrow ۱۰x+۸۴=۴x^{۲} \rightarrow \frac{۵}{۲}x+۲۱=x^{۲} \rightarrow x=\frac{۵}{۴}+\sqrt{\frac{۲۵}{۴}+۲۱}=۶$$