نگاهی دیگر به زیج خوارزمی
بررسی و تحلیل جداول تعدیل زمان

بنوفان دالن
استاد دانشگاه یوهان گوته فرانکفورت

ترجمهٔ ناصر کنعانی
استاد دانشگاه صنعتی برلین

این ترجمه را به خانم سوری حکمی ـ آن انسان خوب ـ تقدیم می‌کنم
«مترجم»

چکیده
خوارزمی در زیج معروف خود سندهند، بیشتر تحت تأثیر کارهای منجمین هندی پیش از خود قرار گرفته است.
ساختار ریاضی کلیهٔ جداول این زیج به استثنای جداول مربوط به «تعدیل زمان» مورد بررسی پژوهندگان قرار گرفته است.
جداول «تعدیل زمان» ساختار پیچیده‌ای دارند که در این مقاله مورد تحلیل قرار گرفته‌اند.

کلید واژه‌ها زیج خوارزمی، تعدیل زمان، کسوف، خسوف، روش کمترین مربعات.

مقاله‌ای که اینک بنظر خوانندگان ارجمند می‌رسد، از بهترین مقالاتی است که تاکنون دربارهٔ آثار علمی خوارزمی نوشته شده است. نویسندهٔ مقاله که از متخصصان برجستهٔ تاریخ نجوم اسلامی است، سعی کرده با استفاده از ریاضیات جدید به تحلیل یکی از زیجهای مهم دورهٔ اسلامی یعنی زیج خوارزمی بپردازد.

وی در این تحلیل خود به نتایج چشمگیری رسیده است. ما برای آگاهی خوانندگان از این تحقیق کم‌نظیر، از آقای دکتر ناصر کنعانی تقاضا کردیم که آنرا به زبان فارسی ترجمه نمایند. ایشان نیز با وجود کارهای متعدد به درخواست ما پاسخ مثبت دادند و این کار را به نحو مطلوبی انجام دادند.

آقای کنعانی برای این ترجمه، حتی از یک سفر پژوهشی به آمریکا چشم پوشیدند و نشان دادند که تا چه اندازه به ترویج فرهنگ ایران اسلامی علاقه‌مند هستند. ما ضمن سپاسگزاری از ایشان، امیدواریم که این مقاله الگویی برای پژوهندگان جوان ایرانی شود تا با پژوهش به مفهوم واقعی آن آشنا شوند.

«دبیر ویژه‌نامه»

فهرست مطالب

۱. مقدمه*

خوارزمی(۱)، ریاضیدان، منجم و جغرافیدان بلند آوازه مسلمان، در نیمهٔ اول قرن نهم میلادی در بغداد می‌زیست. اثر مهم او در نجوم، رساله ای است موسوم به زیج (۲) که حاوی جداول نجومی و توضیحات مربوط به آنها بوده و به نام زیج سندهند(۳) مشهور است.(۴) اثر مزبور بر خلاف کتاب‌هایی که بعدها دربارهٔ نجوم اسلامی نوشته شده و مؤلفین آنها مدل های یونانی کواکب را، آنگونه که در المجسطی(۵) بطلمیوس (۶) آمده بودند، در مد نظر قرار می‌دادند، کلا براساس روش‌های هندی تدوین شده بود. از زیج سندهند فقط یک نسخه به زبان لاتین در دست می‌باشد که از روی نسخهٔ مسلمه المجریطی(۷) (حدود ۹۸۰ میلادی در قرطبه (Cordoba) ترجمه شده است. از طریق این ترجمه و نیز جدول های طلیطلی(۸) بود که برخی از روش‌های نجوم هندی که مورد استفادهٔ خوارزمی قرار گرفته بودند، به اروپای غربی راه یافتند.

ساختار ریاضی و مقادیر بنیادین پارامتر(۹) کلیه جدول ها در ترجمه لاتین زیج سندهند خوارزمی، عملا بررسی شده‌اند و بر اساس اطلاعات ریاضی که به دست آمده اند، می‌توان اصل و منشأ اکثر این جدول ها را به تحقیق مشخص نمود. لیکن یکی از معدودترین جدول ها که ساختار ریاضی آن هنوز معین نشده است، جدول مربوط به تعدیل(۱۰) زمان(۱۱) در زیج خوارزمی می باشد. من تجزیه و تحلیل کاملی از این جدول را در مقالهٔ حاضر ارائه داده و نشان خواهم داد که جدول مزبور مبتنی بر مقادیر دو پارامتر بطلمیوسی و یک کمیت دیگری است که توسط گروهی از منجمین که زیج ممتحن(۱۲) را جمع آوری کرده بودند (حدود ۸۳۰ میلادی در بغداد)، کشف شده بود.

ابزار اصلی ریاضی که در ارتباط با تجزیه و تحلیل جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی بکار گرفته شده است، 'روش کمترین مربعات'(۱۳) می‌باشد که چگونگی استفاده از آن را، گام به گام تشریح خواهم نمود. امیدوارم که بدین ترتیب خواننده را قادر سازم که خود محاسبات مشابهی را در رابطه با پارامتر های نامعلوم یک جدول نجومی، به کمک برنامهٔ رایانه‌ای موسوم به 'تحلیل جدول'(۱۴) انجام دهد. برنامه مزبور را می‌توان از نگارندهٔ این مقاله دریافت نمود.

در بخش دوم مقالهٔ حاضر، من اطلاعاتی دربارهٔ زندگانی و آثار خوارزمی ارائه خواهم داد و بخش سوم حاوی یک بررسی اجمالی دربارهٔ مآخذ اصلی و فرعی دربارهٔ زیج سندهند خواهد بود. در بخش چهارم من یک بازنگری مفصلی در رابطه با نتایجی که تاکنون دربارهٔ جداول نجومی

* در این مقاله پی‌نوشت‌های مترجم در آخر مقاله و بعد از شماره‌هایی که در پرانتز قرار گرفته‌اند آمده است.

خوارزمی بدست آمده اند، انجام داده و سپس مهمترین جزئیات فنی و منابع و مآخذ مربوط به آنها را ارائه خواهم داد. آنگاه پس از تشریح تعدیل زمان در بخش پنجم، جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی را به گونه گسترده ای در بخش ششم مورد تحلیل قرار خواهم داد. در بخش هفتم و پایانی مقالهٔ حاضر، چکیده ای از نتایج تجزیه و تحلیل خود را ارائه خواهم داد.

۲. شرح حال و آثار خوارزمی

ابو جعفر محمد بن موسی خوارزمی در نیمهٔ اول قرن نهم میلادی می‌زیست[۱].

نام او نشانگر این است که اجداد او اهل خوارزم بودند که منطقه ای در جنوب دریای آرال می‌باشد. بنا به گفتهٔ طبری[(۱۵)] (۹۲۳ ـ ۸۱۳ میلادی، بغداد) خوارزمی از اهالی قطربل، یکی از حومه های بغداد بوده است.

خوارزمی به عنوان یک ریاضیدان، منجم و جغرافیدان، در بغداد و در زمان خلافت سه خلیفه عباسی، یعنی مأمون (۸۳۳ ـ ۸۱۳)، معتصم (۸۴۲ ـ ۸۳۳) و واثق (۸۴۷ ـ ۸۴۲) مشغول به کار بود. او در زمان خلافت مأمون، به عضویت در بیت الحکمه[(۱۶)] که یک نهاد علمی و مورد حمایت خاص خلیفه بود، انتخاب گردید (نگاه کنید به مقاله "بیت الحکمه" در ET2[(۱۷)]). از آنجا که خوارزمی کتاب های جبر و نجوم خود را به مأمون اهداء کرده است، می توان گفت که آثار مزبور به احتمال قوی قبل از سال ۸۳۳ میلادی به رشته تحریر در آمده‌اند، و چون خوارزمی در رساله‌ای که دربارهٔ اعداد هندی نوشته است، ذکری از کتاب جبر خود می‌کند، این رساله می‌باید بعد از آن کتاب نوشته شده باشد. در یک رسالهٔ دیگر از خوارزمی که دربارهٔ تقویم یهود نوشته شده است، او موردی را از سال ۸۲۴/۸۲۳ میلادی ذکر می‌کند. اما تعیین تاریخ نگارش آثار دیگر خوارزمی که اکنون بجای مانده اند، مانند یک رساله دربارهٔ جغرافیا، یک وقایع نامه[(۱۸)] یک رساله دربارهٔ ساعت‌های آفتابی[(۱۹)] و دو رساله دربارهٔ اسطرلاب، چندان آسان نیست.[(۲۰)]

آثار خوارزمی هم در جهان عرب و هم در اروپای دوران قرون وسطی، بسیار مؤثر بوده اند. از جمله کتاب او دربارهٔ جبر به نام الکتاب المختصر فی حساب الجبر والمقابله، چندین قرن به

۱. بیشتر اطلاعاتی که در اینجا آورده شده‌اند، برگرفته از *Dictionary of Scientific Biography* (DBS),New york و مقالهٔ "خوارزمی" نوشتهٔ Gerald J.Toomer می‌باشند. برای دستیابی به مراجع مبسوط‌تر و اطلاعات بیشتر، چه زیستنامه‌ای و چه کتابنامه‌ای، خواننده را به *The Encyclopaedia of Islam* (EI) Leiden 1960 و مقاله "خوارزمی" نوشتهٔ Juan Vernet و نیز به مجموعهٔ منتشر شده توسط سزگین، Sezgin (1971/1984), vol. 5, pp. 228 - 241 and vol. 6, pp. 140 - 143 ارجاع می‌دهم.

عنوان یک کتاب درسی مورد استفاده بود و به مثابه یک نمونه بی بدیل برای نگارش رسالات دربارهٔ جبر، سرمشق مؤلفین بعد از او به شمار می‌رفت. ترجمهٔ این کتاب به زبان لاتینی، پایه و اساس تکامل جبر اروپایی را تشکیل داد و واژهٔ جبر را به اروپا به ارمغان آورد.

ترجمهٔ کتاب خوارزمی دربارهٔ حساب یا اعداد هندی که اصل عربی آن از بین رفته است، سرآغاز انتشار شماری از کتاب ها دربارهٔ حساب، در اروپای قرون دوازدهم و سیزدهم گردید. عنوان بسیاری از این کتاب ها شکل لاتین نام الخوارزمی یعنی "آلگوریسموس" را داشتند که واژهٔ "الگوریسم"[(۲۱)] از آن مشتق شده است.

کتاب اصلی خوارزمی در باره نجوم زیج[۲] سندهند نام دارد. این اثر بیشتر بر اساس روش‌های نجوم هندی و مقادیر پارامترهایی که از سندهند برگرفته شده‌اند، تدوین شده است. سندهند ترجمهٔ عربی براهماسپوتا سیدهانتا *Brahmasputa siddhanta* نوشته یک منجم هندی موسوم به براهماگوپتا[(۲۲)] (قرن هفتم میلادی) می باشد. این ترجمه حول و حوش سال های ۷۷۰ و ۷۷۲ میلادی توسط فزاری[(۲۳)] صورت گرفته است.

عناصر دیگر زیج خوارزمی از زیج شاه[(۲۴)] که یک اثر فارسی متعلق به قرن ششم بوده و از بین رفته است، و همچنین از خنداخادیاکا *Khandakhadyaka* اثر دیگری از برهماگوپتا برگرفته شده اند. زیج سندهند در دو نسخه تدوین شده بود.

نسخهٔ مفصل آن حاوی توضیحات مبسوطی دربارهٔ مدل‌های مورد استفاده در علم نجوم بود و نسخهٔ کوتاه تر آن فقط جدول ها و دستورالعمل‌های استفاده از آنها را در برداشت. هیچ یک از این دو نسخه به زبان اصلی خود یعنی عربی دیگر وجود ندارند. نسخه کوتاه تر این زیج در اسپانیای قرن نهم مشهور شد و تجدید نظری در آن توسط ابوالقاسم مسلمة بن احمد الفرازی المجریطی، ریاضیدان و منجم مسلمان قرن دهم میلادی که در قرطبه[۳] کار می‌کرد، صورت گرفت. بنا به گفته صاعد الاندلسی[(۲۵)] مورخ و منجم قرن یازدهم، المجریطی جداول مربوط به

۲. لغت عربی «زیج» از واژهٔ فارسی «زیگ» مشتق شده است. منظور از آن جزوه و یا دفتری است که حاوی جداول نجومی و توضیحات مربوط به آنها باشد.

۳. گفته می‌شود که المجریطی کتابی دربارهٔ حساب تجاری تحت عنوان معاملات نوشته و اولین منجم اندلسی بوده است که به رصد پرداخته است. شاگردان او از جمله ابن الصفار، ابن السمح، عمرو بن عبدالرحمان الکرمانی و ابن برغوث ریاضیدانان و منجمین با نفوذی در سراسر اسپانیا بوده‌اند. جهت اطلاعات بیشتر رجوع کنید به مقالهٔ المجریطی در *DSB* و مقالهٔ المجریطی در *EI*[II] نوشتهٔ Juan Vernet. همچنین رجوع کنید به Vernet & Catala 1965 Samso 1992 صفحات ۸۰ تا ۱۱۰.

سیارات در زیج خوارزمی را از فارسی به تقویم عربی تبدیل نمود و برخی از آنها را با طول جغرافیایی[۲۶] قرطبه وفق داد. نسخهٔ المجریطی، تنها نسخه‌ای است که ترجمهٔ لاتین آن که در قرن دوازدهم توسط آدلارد باثی[۲۷] صورت گرفته است، اکنون موجود می‌باشد. این ترجمه منبع اصلی برای تحقیق و تفحص دربارهٔ جداول نجومی خوارزمی به شمار می رود (نگاه کنید به بخش بعدی).

۳. منابع برای مطالعه جداول نجومی خوارزمی

برای تحقیق دربارهٔ زیج سندهند خوارزمی، مآخذ دست اول زیر در دست می‌باشند:[۴]

۱) ترجمه‌ای به زبان لاتین که آدلارد باثی از روی نسخه المجریطی (متن کوتاه زیج خوارزمی) تهیه کرده است. از این ترجمه ۹ نسخه موجود می‌باشند که برخی از آنها بریده هایی بیش در بر ندارند. سوتر Suter از نسخه های موجود در کتابخانه‌های:

Chartes Bibliotheque publique No 214

Madrid Biblioteca National No. 10016

Oxford Bodleian Library Cod. Auct. F.1.9

Paris Bibliotheque Mayarine No. 3642

برای تفسیر خود که در سال ۱۹۱۴ منتشر شد، استفاده کرده است. نویگه باوئر Neugebauer در سال ۱۹۶۲ نسخهٔ لاتین زیج خوارزمی را به انگلیسی ترجمه کرده و تفسیر جدیدی ارائه نموده است. این تفسیر حاوی نکات تازه‌ای دربارهٔ ساختار ریاضی نسخه اصلی جداول خوارزمی می‌باشد. نویگه باوئر متن کامل و ترجمه نسخه خطی Oxford Corpus Christi College (شماره ۲۸۳) را ضمیمه چاپ خود نموده است. در همین اواخر، یعنی در سال ۱۹۹۲، پدرسن Pederson ثابت کرد که یک مجموعه از قواعد نجومی در نسخه لاتین Oxford Merten College (شماره ۲۵۹) وجود دارد که خیلی به نسخه اصلی زیج خوارزمی نزدیک می‌باشد.

۲) تفسیر ابن المثنی بر نسخهٔ مفصل زیج خوارزمی که اصل عربی آن متعلق به قرن دهم میلادی می‌باشد، از بین رفته است. ترجمه ای از این اثر که توسط هوگو سنکت آلنزیس Hugo Sanct allensis به زبان لاتین انجام شده است، در آرشیوهای

۴. اطلاعات مبسوطی دربارهٔ نسخ خطی که در زیر فهرست شده‌اند، می‌توان در منابع دست دومی یافت که در این مقاله به آنها اشاره شده است.

Oxford Bodleian Library Archive, Selden B 34,Oxford Boleian Library Savile 15,Cambridge Gonville, Caius College 456.

موجود می‌باشد. دو ترجمه به زبان عبری را نیز که یکی از آنها توسط ابن عزرا[۲۸] صورت گرفته است، می‌توان در نسخه های خطی کتابخانه‌های:

Biblioteca Palatina 2636 (De Rossi 212)

Oxford Bodeian Library Ms Michael 400، یافت.

ترجمه لاتینی که از تفسیر ابن المثنی به دست میلاس وندرل Millas Vendrell صورت گرفته، در سال ۱۹۶۳، و نسخه‌های عبری فوق الذکر در سال ۱۹۶۷ توسط گلداشتاین Goldstein ترجمه و ویراستاری شده اند.

۳) تفسیر ابن مسرور بر زیج خوارزمی که متعلق به قرن دهم میلادی است و تحت عنوان الکتاب علل الزیج در آرشیو ریاضی ۹۹ تیمور قاهره موجود است (نگاه کنید به کینگ King، ۱۹۸۶، شمارهٔ ۳۷ب، صفحه ۳۸). تفسیر مزبور هنوز منتشر نشده است. کندی و اوکاشاه از این نسخه در تحقیقاتی که در سال ۱۹۶۹ دربارهٔ جداول خوارزمی و در رابطه با عرض سیارات انجام داده‌اند، بهره گرفته‌اند. کینگ نیز آن را در سال ۱۹۸۷ برای تدوین جدول های مربوط به رؤیت اهلهٔ قمر مورد استفاده قرار داده است.

۴) جدول های طلیطلی که توسط الزرقالی[۲۹] منجم اندلسی قرن یازدهم میلادی تدوین شده اند. اصل عربی این جدول‌ها مفقود شده است، لیکن ترجمه لاتینی آن و توضیحات مربوط به این جدول ها، در بیش از صد نسخه، در سراسر اروپای غربی پراکنده می‌باشند. این ترجمه حاوی چند جدول از نسخه اصلی زیج خوارزمی است که برخی از آنها در نسخه المجریطی وجود ندارند. جدول‌های طلیطلی را زینر Zinner در سال ۱۹۳۵ و میلاس و والیکروزا Millas Vallicrosa در سال ۱۹۵۰ - ۱۹۴۳ تشریح کرده اند. تومر Toomer نیز آنها را در سال ۱۹۶۸ بصورت مبسوطی مورد تجزیه و تحلیل قرار داده است. متون توضیحی تعدادی از این نسخ خطی، توسط پدرسن در سال ۱۹۸۷ منتشر شده اند. نامبرده در حال حاضر مشغول آماده ساختن متن کامل این جدول ها می‌باشد.

تفسیری که فرغانی[۳۰] - بنا به گفته بیرونی[۳۱] و ابن المثنی - بر زیج خوارزمی نوشته است، اکنون موجود نیست. برخی از جداول که در تنها نسخه خطی زیج صابی بتانی[۳۲] در ۹۰۸ Escorial arabe موجود هستند، صریحا به مسلمه المجریطی نسبت داده می شوند و می توانند برای تشخیص هویت اضافات و الحاقات او به ترجمه لاتین زیج خوارزمی، مورد استفاده قرار

گیرند (رجوع کنید به نالینو Nallino, 1899/1907، صفحات ۳۰۰ به بعد).

اطلاعات پرارزشی را می‌توان دربارهٔ انتقال دانش نجومی هندیان و ایرانیان به بغداد در قرن هشتم میلادی، در کتاب علل الزیجات اثر علی بن سلیمان الهاشمی یافت (رجوع کنید به الهاشمی در بخش کتابشناسی). این اطلاعات را پینگری Pingree در مقالات خود که در سال های ۱۹۶۸ و ۱۹۷۰ منتشر شده اند، آورده است.

مأخذی که در بالا ذکر شدند، مهمترین منابع دست دوم دربارهٔ زیج سندهند خوارزمی می باشند. مقالات متعددی دیگری نیز تاکنون دربارهٔ برخی از جداول این زیج منتشر شده اند که من آنها را در بخش کتابشناسی مقاله حاضر ذکر کرده ام و در ضمن بررسی نتایجی که تاکنون در ارتباط با ساختار ریاضی و اصل جدول‌های موجود در نسخه المجریطی به دست آمده اند، به آنها ارجاع خواهم داد.

۴. مروری بر نتایجی که تاکنون در ارتباط با جداول نجومی خوارزمی به دست آمده‌اند.

در این بخش من خلاصه مهمترین نتایجی را که تاکنون در ارتباط با ساختار ریاضی و منشأ جداول موجود در نسخه المجریطی زیج سندهند خوارزمی به دست آمده‌اند، ارائه خواهم داد. برای هر یک از جدول ها و یا هر گروهی از جدول‌ها، به شماره‌های آنها در چاپ سوتر که در سال ۱۹۱۴ منتشر شده است، ارجاع داده‌ام (در رابطه با جدول‌های چند تابعی، ستون‌های مربوطه با °۱، °۲ و... مشخص شده‌اند). همچنین صفحات مربوطه در ترجمه و تفسیر نویگه باوئر (۱۹۶۲) و گلداشتاین از ابن المثنی (۱۹۶۷) را ذکر کرده‌ام. خواننده می‌تواند در این آثار، تشریح کامل و فنی توابعی را که در زیج خوارزمی جدول‌بندی شده‌اند، بیابد.

ارجاع دادن به منابع دست دوم دیگر، فقط برای آن دسته از نتایجی صورت گرفته است که نتوان آنها را در یکی از آثار نامبرده در فوق پیدا نمود. جدول ها به ترتیبی که در چاپ سوتر آمده اند، فهرست بندی شده‌اند. در اینجا توجه خواننده را به این نکته جلب می کنم که از آوردن جدول شماره ۵۷ ب (ضرب ارقام بر پایه دستگاه شصتگانی[۳۳]) و جدول شماره ۱۱۶ (بروج، قضات و وجوه) خودداری کرده‌ام زیرا که آنها از راه ریاضی محاسبه نشده اند. جدول های خوارزمی برای گاهشماری، تعیین قبله و ساعت های آفتابی و اسطرلاب که مربوط به زیج او نمی‌باشند، در سال ۱۹۸۳ توسط کینگ تشریح شده اند.

جداول تقویمی

(سوتر ۱ تا ۳ آ، نویگه باوئر صفحات ۸۲ تا ۸۹، گلداشتاین صفحات ۱۶ تا ۲۵)

اصل زیج خوارزمی مانند اغلب رساله های نجومی اسلامی، مجموعه‌ای بود از جداول تقویمی، شبیه به مجموعه ای که آن را در ترجمه لاتین نسخه المجریطی مشاهده می‌کنیم. المجریطی تغییرات کمی در آن جدول ها برای روزهای هفته و آغاز ماه داده است (رجوع کنید به گلداشتاین، صفحه ۸۸ و الهاشمی، صفحات ۲۳۱ تا ۲۳۴). اوگرچه عهد و آغاز سال را طبق تقویم بیزانس (اول اکتبر) حفظ کرده بود، لیکن روز کبیسه را از آخر ماه فوریه به آخر ماه دسامبر انتقال داد. (جدول ۳ آ).

حرکات متوسط[۳۴]

(سوتر ۴ تا ۲۰، نوگه باویر صفحات ۹۵ تا ۹۵ و گلداشتاین صفحات ۲۶ تا ۲۸ و ۱۹۰تا۱۹۱)

جداول اصلی خوارزمی در ارتباط با حرکات متوسط، برای تقویم ایرانی و دوران یزدگرد ساسانی محاسبه شده بودند. این جداول بر اساس فرضیه هندی حرکات متوسط قرار داشتند که طبق آن تمامی سیارات و نقاط اوج[۳۵] و عقدتین آنها، در لحظه‌ای که خلقت جهان صورت گرفت، دارای حرکات متوسطی به میزان صفر درجه نسبت به صورت فلکی حمل بوده اند. مقادیری که خوارزمی برای حرکات متوسط در نسخه اصلی خود ارائه داده بود، احتمالاً با دقتی در حد سومین رقم دستگاه شصتگانی محاسبه شده بودند (رجوع کنید به گلداشتاین، صفحات ۲۸ و ۱۱۵۲). وی این مقادیر را برای خط نصف النهار اوجین[۳۶] در مرکز هندوستان محاسبه کرده بود (در متون عربی از اوجین به صورت آرین Arin نام برده می‌شود).

بنا به روایت صاعد الاندلسی، المجریطی جداول حرکات متوسط خوارزمی را با تقویم عربی تطبیق داد. جداول مزبور که در ترجمه لاتین زیج خوارزمی آورده شده‌اند، فی الواقع بر اساس تقویم عربی بوده و برای نصف النهار آرین محاسبه شده‌اند. می‌توان نشان داد که اغلب این جدول‌ها با نسبت های تناوبی هندی مطابقت دارند که در آثار براهماگوپتا مشاهده می‌شوند (بورکهارت Burckhardt ۱۹۶۱ و تومر ۱۹۶۴، صفحات ۲۰۷ تا ۲۰۸. ضمنا نگاه کنید به مرسیه Mercier ۱۹۸۷، صفحات ۹۰ تا۹۲).

تعدیل شمسی[۳۷]

(سوتر ۲۱ تا ۲۶°۳، نویگه باویر صفحات ۱۹ تا ۲۱ و ۹۵ تا ۹۶)

ابن المثنی به ندرت اطلاعاتی درباره جدول تعدیل شمسی در نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی ارائه می‌دهد. مع الوصف شکی وجود ندارد که جدول موجود در نسخه المجریطی، از خوارزمی

می باشد. جدول مزبور طبق روشی که طریقه میل[۳۸] نام دارد و توسط بیرونی نیز تشریح شده است (کندی و مروت ۱۹۵۸، صفحه ۱۱۸) تنظیم شده بود، در حالی که منجمین هندی روش جیب‌ها[۵][۳۹] را بکار می‌بردند. از آنجا که ابن القفطی[۴۰] می‌گوید خوارزمی تعدیل سیارات را از ایرانیان گرفته است، محتمل به نظر می‌رسد که طریقه جیب ها از زیج شاه مشتق شده باشد.

ماکزیمم[۴۱] تعدیل شمسی در نسخهٔ المجریطی به میزان ۲°۱۴ است که هم در خنداخادیاکا (نویگه باوئر صفحه ۹۶) و هم در زیج شاه (کندی و فاندر وردن Van der Waerden ۱۹۶۳، صفحه ۳۲۶) دیده می‌شود. مقداری که المجریطی برای طول اوج خورشید ذکر می کند یعنی ۷۷°۵۵، با روشی که براهماگوپتا (پینگری ۱۹۶۵) برای حرکت متوسط به کار برده است، مطابقت دارد. نویگه باوئر (صفحات ۹۰ تا ۹۱) همین مقادیر را برای خروج از مرکز[۴۲] و طول اوج پیدا کرده است و این امر دلالت بر این دارد که جدول کوچکتر، برای تعیین موضع متوسط خورشید بهنگام دخول به صور فلکی منطقة البروج[۴۳] بوده است (سوتر ۴). جدول تعدیل شمسی در نسخهٔ المجریطی، از طریق درونیابی[۴۴] خطی بین مقادیر مضارب °۳۳/۴ که ابن المثنی پیشنهاد کرده بود، محاسبه نشده است (گلداشتاین، صفحات ۴۲ تا ۴۳).

تعدیل قمری

(سوتر ۲۶ ـ ۲۱ و ۴، نویگه باوئر، صفحات ۲۱ و ۹۶)

در نسخهٔ المجریطی فقط یک تعدیل قمری جدول بندی شده است. این جدول نیز همانند جدول تعدیل شمسی، بر اساس طریقهٔ میل محاسبه شده و همان ماکزیمم را (۴°۵۶) را دارد که در خنداخادیاکا دیده می‌شود، با این تفاوت که در آنجا این مقدار با استفاده از طریقه جیب‌ها تعیین شده است. همین ماکزیمم در زیج شاه نیز مشاهده می‌شود. لیکن هیچ اثری از درونیابی خطی را در اینجا نمی‌توان ملاحظه نمود. تعدیل قمری مذکور در فوق، محتملاً دارای منشأ ایرانی است.[۶]

---

۵. تعدیل (q) هر سیاره‌ای که با استفاده از روش جیب‌ها method of sines محاسبه شده باشد، به شکل $q(x) = q_{max} \times \sin x$ خواهد بود که در آن q_{max} مقدار ماکزیمم تعدیل است. هر تعدیلی که با استفاده از طریقه میل method of declination محاسبه شده باشد، به صورت $q(x) = q_{max} \cdot \delta(x)/\varepsilon$ خواهد بود که در آن δ نمایانگر میل خورشید ناشی از اریبی یا تمایل ε دایرة البروج می‌باشد.

۶. برای نمونه توجه کنید: براهماگوپتا در ارتباط با حرکت متوسط ماه، که از تعدیل خورشید مشتق شده است، یک تصحیح مجدد به کار می‌گیرد (سنگوپتا Sengupta ۱۹۳۴، صفحات ۲۱ تا ۲۲).

میل شمس[۴۵]

(سوتر ۲۶ ـ ۱°۵۲، نویگه باوئر، صفحات ۹۶ و ۹۷، گلداشتاین، صفحات ۴۹ و ۶۴ تا ۶۶)

زیج خوارزمی در اصل حاوی دو جدول برای میل شمس بود. در یکی از این دو، خوارزمی از بطلمیوس تبعیت کرده، ولی مقدار اریبی[۴۶] یعنی ۲۳°۵۱ ۲۰َ را که هم در المجسطی و هم در جدول‌های دستی[۴۷] وجود داشتند با ۲۳°۵۱ ۱ جایگزین نموده بود. در جدول دیگر، او از سنت هندی تبعیت کرده و مقدار تفاوت بین میل و "میل معکوس" را برای مضاربی از ۱۵° بر اساس تمایل ۲۴° محاسبه نموده بود. نسخهٔ المجریطی فقط حاوی جدول بطلمیوسی است؛ در حالیکه جدول های طلیطلی هم جدول بطلمیوسی (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۲۷ و ۲۸) و هم، به عنوان بخشی از توضیحات، مقادیر هندی را در بردارند (میلاس والیکروزا ۱۹۵۰ ـ ۱۹۴۳، صفحات ۴۳ تا ۴۵).

عرض قمر[۴۸]

(سوتر ۶°۲۶ ـ ۲۱، نویگه باوئر، صفحات ۹۶ و ۹۷، گلداشتاین، صفحات ۴۹ و ۶۴ تا ۶۶).

جدول عرض قمر در نسخهٔ المجریطی، طبق طریقه جیب‌ها محاسبه شده و دارای ماکزیمم ۴°۳۰ میباشد. این جدول با تفاسیر ابن المثنی و ابن مسرور مطابقت دارد (کندی و اوکاشاه ۱۹۶۹، صفحات ۹۵ و ۹۶). همین مقدار ماکزیمم عرض قمر را می‌توان در منابع هندی نیز از جمله سوریاسیدهانتا Suryasiddhanta و خنداخادیاکا (سنگوپتا Sengupta ۱۹۳۴، صفحه ۳۲) و بنا به گفتهٔ ابن یونس[۴۹]، در زیج شاه (دلامبر Delambre ۱۸۱۹، صفحات ۱۳۸ و ۱۳۹) یافت.

تعدیل سیارات[۵۰]

(سوتر، صفحات ۵ ـ ۳°۵۶ ـ ۲۷ نویگه باوئر، صفحات ۲۲ تا ۳۰ و ۹۸ تا ۱۰۱، گلداشتاین، صفحات ۳۰ تا ۴۵ و ۱۹۲ تا ۱۹۸).

محاسبات خوارزمی از مواضع حقیقی سیارات همانگونه که ابن المثنی آورده است، مبنی بر روش‌های ابن المثنی آورده است، مبنی بر روش های هندی بودند که نویگه باوئر (۱۹۵۶، صفحات ۱۲ تا ۲۶) آنها را مفصلاً شرح داده است. جدول‌ها و توضیحات دربارهٔ آنها در نسخهٔ المجریطی نیز با این روش ها مطابقت دارند.

ماکزیمم تعدیل ها کاملا با مقداری که به گفتهٔ ابن هبنتا[۵۱] و بیرونی (کندی ۱۹۵۶ آ، صفحات ۱۷۰ تا ۱۷۲) در زیج شاه آمده اند، مطابقت دارند. تعدیل مرکزی بر اساس طریقه

جیب ها و با استفاده از درونیابی خطی، در فواصل 15° محاسبه شده است. تعدیل‌های آنومالی[۵۲] به خوبی با مدل سادهٔ خروج از مرکز مطابقت داشته و بالنتیجه شکل تقریبی tan $q(x) = e.\sin x/(60 + e.\cos x)$ را دارا می‌باشند که در آن q تعدیل و e خروج از مرکز می‌باشد. طول‌های ثابت اوج سیارات که در ستون جدول مربوط به اوج اعتدال یافته، مشاهده می شوند و توضیحات آورده شده در متن، که ابن المثنی آنها را تأیید می کند، با مقادیر محاسبه شده در خنداخادیاکا (تومر ۱۹۶۴، صفحه ۲۰۷) مطابقت دارند.

توقفگاه های سیارات[۵۳]

(سوتر، صفحات ۵۶ ۶° - ۲۷، نویکه باوئر، صفحات ۳۰ و ۳۱ و ۱۰۱، گلداشتاین، صفحات ۴۵ تا ۴۹ و ۱۹۸).

هم فرضیهٔ توقفگاه های سیارات و هم جداول مربوط به آن که در نسخه المجریطی وجود دارند، بطلمیوسی می‌باشند. ابن المثنی وجود این جدول ها را در بین جداول تعدیل سیارات، در نسخه اصلی زیج خوارزمی، تأیید می‌کند. مقادیر جدول های مزبور خیلی به آنهایی که در جدول‌های دستی دیده می شوند، نزدیک می‌باشند لیکن همیشه هم با آنها مطابقت ندارند. ما همین جدول های توقف سیارات را در جدول های طلیطلی نیز مشاهده می کنیم (تومر ۱۹۶۸، صفحه ۶۰).

عرض سیارات[۵۴]

(سوتر، ۸° - ۷° ۵۶ - ۲۷، نویگه باوئر صفحات ۳۴ تا ۴۱ و ۱۰۱ تا ۱۰۳، گلداشتاین، صفحات ۹۲ تا ۹۴ و ۲۱۳ تا ۲۱۵)

قواعد وضع شده از سوی خوارزمی برای تعیین عرض سیارات، که در تفسیرهای ابن مسرور و ابن المثنی و نیز در نسخهٔ المجریطی آورده شده اند، دارای منشأ هندی می‌باشند. ماکزیمم های عرض ها که در این تفسیر ها ذکر شده‌اند، همان‌هایی هستند که در جداول المجریطی و منابع هندی نیز مانند سوریاسیدهانتا و خنداخادیاکا مشاهده می شوند. دومین جدول عرض ها (ستون ۸) طبق طریقه جیب ها محاسبه شده و به دقت ثانیه کمان می‌باشد. اما اولین جدول عرض‌ها (ستون ۷) چندان با قواعد هندی مطابقت ندارد. تومر (۱۹۶۴، صفحات ۲۰۵ و ۲۰۶) اظهار می‌دارد که این امر می تواند نتیجه یک اشتباه از جانب المجریطی باشد و آن هم موقعی که او مقدار ۶۰ را جایگزین مقدار ۱۵۰ شعاع دایرهٔ تحتانی نمود (نگاه کنید به بخش مربوط به جیب

که در زیر آمده است). لیکن کندی و اوکاشاه (۱۹۶۹) نشان داده اند که این جدول با توضیحات نادرستی که دربارهٔ قواعد هندی در تفسیرهای ابن مسرور و ابن المثنی ارایه شده‌اند، مطابقت دارد. طول گره‌های سیارات[۵۵] که در سر عنوان‌های جدول ها آمده اند، با محاسباتی که در خنداخادیاکا صورت گرفته اند، مطابقت می کنند (تومر ۱۹۶۴، صفحه ۲۰۷). جداول عرض سیارات در نسخهٔ المجریطی در جدول‌های طلیطلی نیز مشاهده می شوند (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۶۹ و ۷۰).

رؤیت قمر[۵۶]

(سوتر ۵۷آ، نویگه باویر صفحات ۴۲ تا ۴۴، گلداشتاین صفحات ۹۶ تا ۱۰۴ و ۲۱۸ تا ۲۲۵)

اینکه آیا یک جدول رؤیت هلال ماه در زیج اصلی خوارزمی وجود داشته یا خیر، سؤالی است که نمی‌توان پاسخ آنرا بر اساس تفسیرهای ابن المثنی و ابن مسرور به تحقیق یافت. لیکن می توان یک چنین جدولی که آنرا به خوارزمی نسبت می دهند، در منابع گوناگون مشاهده نمود (کینگ ۱۹۸۷، صفحات ۱۸۹ تا ۱۹۲)، و نشان داد که جدول مزبور با ذکر اریبی دایرة البروج[۵۷] به میزان $23^{\circ}51'$، و عرض جغرافیایی 33°، منطبق با مقیاس رؤیت در نجوم هندی، می‌باشد. یک جدول دیگر در نسخهٔ المجریطی، توسط کندی و جانجانیان Janhanian (۱۹۶۵) و کینگ (۱۹۸۷، صفحات ۱۹۲ تا ۱۹۷) مورد مداقه قرار گرفته است. بر اساس تحلیل دقیقی که توسط هوخندایک Hogendijk (۱۹۸۸، صفحات ۳۲ تا ۳۵) انجام شده است، این نتیجه به دست می آید که جدول مزبور نیز با اریبی $23^{\circ}35'$ و عرض جغرافیائی $41^{\circ}10'$، بر پایه مقیاس رؤیت در نجوم هندی، استوار می‌باشد.

جیب

(سوتر ۵۸آ-۵۸، نویگه باویر صفحه ۱۰۴، گلداشتاین صفحات ۴۹ تا ۶۲)

نسخه اصلی زیج خوارزمی حاوی مقادیر جیب و جیب معکوس[۵۸] برای آنچه در اصطلاح به آن کردجات[۵۹] («مقاطع»، مضاربی از ۱۵ درجه) می گویند، بوده است. این مقادیر برای یک دایرهٔ مبنا به شعاع ۱۵۰ محاسبه شده بودند. اینگونه مقادیر از منابع هندی مشتق شده (به عنوان مثال نگاه کنید به خنداخادیاکا، سنگوپتا ۱۹۳۴، صفحه ۳۲) و در توضیحات جدول های طلیطلی نیز دیده می‌شوند (میلاس والیکروزا ۱۹۵۰ - ۱۹۴۳، صفحات ۴۳ و ۴۴). طبق تفسیر

ابن المثنی، مقادیر حد واسط برای درجات درست، می بایستی از طریق درونیابی تعیین و ذکر شده باشند. هوگندیک (۱۹۹۱) به کشف یک راه ممکن نایل آمده است که احتمالاً از آن طریق، خوارزمی توانسته است چنین کاری را انجام داده باشد. نامبرده موفق به پیدا کردن جدولی برای یک تابع به نام جیب ساعات sine of the hours شده است که مبتنی بر رساله خطی خوارزمی دربارهٔ اسطرلاب می باشد (این نسخه در برلن موجود است). جدول مزبور بر اساس مقادیر جیب هندیان برای کردجات و نوع خاصی از درونیابی خطی تدوین شده است.

جدول جیب موجود در نسخهٔ المجریطی، بر اساس شعاع ۶۰ بوده و از این جهت می باید بعد ها اضافه شده باشد. بیورن بو Biornbo اشاره می کند که جدول مزبور از طریق نیم کردن وتر بطلمیوسی و مقطوع کردن نتیجه بعد از رقم کسری شصتگانی، محاسبه شده است (۱۹۰۹، صفحات ۱۲ و ۱۳).[۷]

زاویهٔ بعد[۶۰]

(سوتر ۵۹ ب - ۵۹، نویگه باویر صفحات ۴۶ تا ۴۸ و ۱۰۴ تا ۱۰۵، گلداشتاین صفحات ۶۹ تا ۷۶ و ۲۰۲ تا ۲۰۴)

نسخه اصلی زیج خوارزمی شامل یک جدول زاویه بعد برای هر درجه از دایره البروج بود که با صورت فلکی جدی شروع می شد. بنا بر این می توان گفت که او از جدول‌های دستی بطلمیوس پیروی کرده بود. جدولی هم که در نسخه المجریطی هست، از جدی آغاز شده و مانند میل شمس، بر اساس اریبی ″۱۰′۵۱°۲۳ تدوین شده است. از اینجا می‌گیریم که این جدول به احتمال زیاد چیزی جز جدول اصلی خوارزمی نمی تواند باشد.

۷ به نظر من جدول جیب در نسخهٔ المجریطی زیج ستدهند، با جدول جیب به شعاع ۶۰ در جدول‌های طلیطلی فرق دارد: شمار اختلافاتی که بین این دو جدول وجود ندارد و نمی‌توان آنها را فقط خطای املائی دانست، آن چنان بزرگ است که روشن می‌سازد که این جدول‌ها مستقل از یکدیگر محاسبه شده‌اند (نگاه کنید به تومر ۱۰۶۸، صفحه ۲۹). جدول‌های طلیطلی در ضمن یک جدول جیب به شعاع ۱۵۰ (تومر ۱۹۶۸، صفحه ۲۷) نیز در بردارند که عملا شبیه به جدولی است که در یک نسخهٔ لاتین و حاوی جدول‌های نیومینستر Newminster (انگلستان) وجود دارد و در سال ۱۹۵۲ توسط نویگه باوئر و شمید منتشر شده است (صفحات ۲۲۶ و ۲۲۷). با توجه به این واقعیت که تقریباً تمام مقادیر به کار برده شده در این جدول به ۰، ۲، ۵ و یا ۷ ختم می‌شوند، می‌توان نتیجه گرفت که از روی یک جدول جیب به شعاع ۶۰ و از طریق ضرب کردن با ۲/۲۱ محاسبه شده است؛ آنهم احتمالاً برای تدوین مجموعه‌ای از جداول بر اساس مقادیر پارامتر خوارزمی برای تعیین صعود متمایل (نگاه کنید به آنچه در زیر خواهد آمد). جدول بنیادین جیب به شعاع ۶۰ با جدولی که در نسخهٔ المجریطی آمده است متفاوت می‌باشد.

صعود مایل[۶۱]

(نویگه باوئر، صفحات ۴۸ تا ۵۵، گلداشتاین، صفحات ۷۶ تا ۸۱ و ۲۰۴ تا ۲۰۶)

نه نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی و نه نسخهٔ المجریطی، هیچ یک حاوی یک جدول برای صعود مایل نمی باشد. در عوض هم در تفسیر ابن المثنی و هم در نسخهٔ المجریطی توضیح داده شده است که چگونه می توان ساعات صعود را با کمک جدول های زیر محاسبه نمود:

جدول زاویهٔ بعد، جدول طول سایهٔ ساعت ظلی با شاخصی به طول ۱۲ = G واحد، جدول کاهش ساعات صعود برای تمامی کرهٔ زمین که مقدار R.tan δ/G را در بر داشته باشد (R در این رابطه شعاع دایرهٔ مبنا و δ میل شمس است) و یک جدول جیبی (سینوسی) برای محاسبهٔ R از طریق درونیابی معکوس.

قواعد ذکر شده در فوق دارای منشأ هندی می باشند و می توان آنها را در جدول‌های طلیطلی نیز یافت. از جدول‌های نامبرده در بالا، نسخهٔ المجریطی حاوی جدول زاویه بعد (برای اریبی ″۱۰′۵۱°۲۳ که خوارزمی ذکر کرده است)، جدول طول سایه (با شاخصی به طول ۱۲ = G واحد)، و جدول جیبی (ولی برای ۶۰ = R و نه مقداری که خوارزمی ذکر کرده است، یعنی ۱۵۰ = R) می‌باشد، اما اثری از جدول کاهش ساعات در آن نیست. ما در جدول‌های طلیطلی یک جدول برای R.tanδ/G می‌یابیم که لسلی Lesley (۱۹۵۷، صفحات ۱۲۵ تا ۱۲۷) به آن اشاره کرده است و بر اساس ۱۵۰ = R و ۱۲ = G واریبی ″۱۰′۵۱°۲۳تدوین شده است.[۸] ابن المثنی، سه مقدار برای R.tanδ/G در تفسیر خود آورده که آنها را از جدول خوارزمی برگرفته است (گلداشتاین، صفحه ۸۰؛ میلاس وندرل ۱۹۶۳، صفحه ۱۴۵). از آنجا که در جدول های طلیطلی همین مقادیر دیده می‌شوند، احتمال می‌رود که از اصل جدول خوارزمی اخذ شده باشند (البته اگر از برخی اشتباهات املائی چشم پوشی کنیم).

طول سایه[۶۲]

(سوتر ۶۰، نویگه باوئر، صفحه ۱۰۵، گلداشتاین، صفحات ۸۷ تا ۸۹)

از تفسیر ابن المثنی چنین مستفاد می شود که چگونگی محاسبه طول سایه شاخص ساعت ظلی، به طور مفصل در نسخه اصلی زیج خوارزمی شرح داده شده است. لیکن هیچ ذکری از یک جدول برای چنین محاسبه ای در این تفسیر نیامده است. ابن المثنی اظهار می دارد که خوارزمی

۸ همین جدول در نسخهٔ خطی لاتینی همراه با جدول‌های نیومینستر که در پاورقی ۹ ذکر آن‌ها رفت، مشاهده می‌شوند. نگاه کنید به نویگه باوئر و شمید ۱۹۵۲، صفحه ۲۲۶.

طول شاخص ساعت ظلی را برابر با ۱۲ = G واحد انتخاب کرده بود و این مقدار با جدول ظل التمام (کوتانژان) نسخهٔ المجریطی مطابقت می کند. ولی از آنجا که بسیاری از زیج‌های اسلامی دارای جدول های ظل التمام برای ساعت‌های ظلی با شاخصی بـه طـول ۱۲ واحـد، مـی‌باشند، احتمال می‌رود که این جدول بعدها اضافه شده باشد. به نظر من، مقادیر ظل التمام که در نسخهٔ المجریطی دیده می شوند، مستقل از آنهایی که در زیج البتانی و جدول‌های طلیطلی وجود دارند، محاسبه شده‌اند.

حرکت حقیقی شمس و قمر(۶۳)

(سوتر ۶۶ ـ ۶۱، نویگه باوئر، صفحات ۵۷ تا ۶۳ و ۱۰۵ تا ۱۰۷، گلداشتاین، صفحات ۹۴ تا ۹۶، ۱۰۴ تا ۱۰۹، ۲۱۶ تا ۲۱۷ و ۲۲۶ تا ۲۳۰)

سوتر (صفحه ۹۰) نشان داده است که جدول المجریطی برای حرکت حقیقی شمس و حرکت حقیقی قمر و همچنین شعاع‌های ظاهری خورشید و ماه و سایه، با قواعدی که در خنداخادیاکا و تفسیر ابن المثنی آورده شده اند، مطابقت دارد.

تعدیل زمان

(سوتر ۶۶-۶۱، نویگه باوئر، صفحات ۶۳ تا ۶۵ و ۱۰۷ تا ۱۰۸)

در تفسیر ابن المثنی هیچ ذکری از تعدیل زمان نرفته است. الهاشمی دربارهٔ چگونگی محاسبه تعدیل زمان یک توضیح بطلمیوسی ارائه داده و اظهار می کند که همین روش در زیج شاه و زیج های خوارزمی و ابو معشر(۴۶) نیز به کار رفته است (الهاشمی، صفحات ۱۵۶ و ۱۵۷و ۲۷۹). ولی او مقادیر پارامتر و یا جزئیات روش محاسبه را ذکر نکرده و نامی نیز از جدول های تعدیل زمان در آثار فوق نمی برد.

در نسخهٔ المجریطی زیج خوارزمی، یک جدول تعدیل زمان با مقادیری به دقت یک ثانیه در ساعت برای هر درجه از طول خورشید، وجود دارد. از دستوراتی که وی برای چگونگی استفاده از این جدول به دست می دهد (سوتر صفحه ۲۵؛ نویگه باوئر صفحات ۶۱ و ۶۲)، چـنین نـتیجه می‌شود که آرگومنت(۶۵) این جدول طول حقیقی شمسی بوده و مقادیر تعدیل زمـان مـی بـاید همواره به زمان متوسط شمسی اضافه شوند تا زمان حقیقی شمسی به دست آید. تعدیل زمان بدانگونه که در نسخهٔ المجریطی جدول بندی شده است، کاملاً بطلمیوسی است. منجمین هندی تنها به تصحیح مؤلفهٔ سرعت خورشید اکتفا کرده (نگاه کنید به بـخش ۵) و بـدین تـرتیب یک

منحنی جیبی به جای یک تابع با چهار مقدار نهایی به دست آورده اند (نگاه کنید به تصویر شماره ۳). در بخش ششم این مقاله، ساختار ریاضی و مقادیر بنیادین پارامتر جدول تعدیل زمـان در نسخه المجریطی، تعیین خواهند شد.

مقابلات(۶۶) و مقارنات(۶۷) متوسط

(سوتر ۷۲ ـ ۶۹، نویگه باوئر، صفحات ۱۰۸ تا ۱۱۵، گلداشتاین، صفحات ۹۴ و ۲۱۶)

جداول مقابله‌ها و مقارنه‌های متوسط، در نسخهٔ المجریطی برای طـول مـتوسط مـاه قـمری محاسبه شده و بسیار نزدیک به یک کمیت هندی می باشند که توسط بیرونی گزارش شده است. از آنجا که جداول مزبور بر اساس تقویم عربی تـدوین شـده و گـفته مـی شـود کـه بـرای طـول جغرافیایی قرطبه (کردوبا) محاسبه شده اند، احـتمالاً المـجریطی در آنـها تـغییراتـی داده است، اختلاف طول جغرافیایی در جداول مقابله ها و مقارنه های متوسط، با جداول حرکات مـتوسط، تقریباً در حدود °۶۳ می‌باشد. این نکته اشارت بـر ایـن دارد کـه اصـطلاح "نـصف النـهار آب" meridian of water که به ویژه از سوی جغرافیدانان و منجمان مغربی-اندلسی به کـار بـرده می‌شد، در اینجا مورد استفاده قرار گرفته است (کومس Comes ۱۹۹۴-۱۹۹۲، صفحات ۴۳ و ۴۴). جداول مقابله‌ها و مقارنه‌های متوسط، در جدول‌های طلیطلی، بر اساس مقادیر پارامتری می باشند که با مقادیر نسخهٔ المجریطی، فرق دارند (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۷۸ تا ۸۱).

خسوف(۶۸)ها

(سوتر ۷۶ ـ ۷۳؛ نویگه باوئر، صفحات ۶۶ تا ۶۹ و ۱۱۶ تا ۱۲۰؛ گلداشتاین، صفحات ۱۰۹ تا ۱۲۰ و ۲۳۱ تا ۲۳۵)

تدوین جدول های گرفتگی در نسخهٔ المجریطی، کلاً بطلمیوسی است. لیکن نویگه باوئر بر این عقیده است که تنها جدول مربوط به خسوف در اوج می‌تواند بر اساس مقادیر پارامتر بطلمیوسی باشد، و جداول مربوط به سه مورد مابقی، همگی بر اساس مقدار هندی یعنی ´۳۰°۴ از ماکزیمم عرض قمر می‌باشند. جدول های مـربوط بـه خسـوف در نسـخهٔ المـجریطی بـا آنـهایی کـه در جدول‌های طلیطلی آورده شده‌اند، مطابقت دارند (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۹۱ تا ۹۳).

اختلاف منظر(۶۹)

(سوتر، ۷۷آ ـ ۷۷؛ نویگه باوئر، صفحات ۶۹ تا ۷۶ و ۱۲۱ تا ۱۲۶؛ گلداشتاین، صفحات ۱۲۱ تا ۱۳۰ و ۲۳۶ تا ۲۳۸)

جدول‌های اختلاف منظر و توضیحات مربوط به آنها در نسخهٔ المجریطی، از نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی اشتقاق شده‌اند. کندی (۱۹۶۵ب) نشان داده است که مؤلفهٔ عرض، کاملاً با نظریه اختلاف منظر در سوریاسیدهانتا مطابقت دارد. اما مؤلفهٔ طول، عناصر نجوم هندی نیز دارد (به ویژه °۲۴ برای اریبی دایرة البروج). این مؤلفه از طریق استفاده از محاسبهٔ مکرر که حبش الحاسب[۷۰] (بغداد حدود سال ۸۳۰ میلادی) آنرا توضیح داده، محاسبه شده است.

کسوف[۷۱]ها

(سوتر ۷۸، نویگه باویر صفحات ۷۳ تا ۷۶ و ۱۲۶ تا ۱۲۸، گلداشتاین صفحات ۱۲۰ تا ۱۴۰ و ۲۳۶ تا ۲۴۱)

نگاه کنید به بخش مربوط به خسوف ها.

تعدیل بروج[۷۲]

ابن المثنی در تفسیر خود، روشی را که می‌توان به کمک آن تعدیل بروج را محاسبه نمود، تشریح کرده است، لیکن ذکری از وجود چنین جدولی در نسخهٔ اصلی زیج خوارزمی نمی‌کند. نظریه ای که جدول ذکر شده در نسخهٔ المجریطی، بر آن استوار است، بطلمیوسی می‌باشد (سوتر صفحات ۹۶ تا ۹۸). مقادیر بنیادین پارامتر عبارتند از ´۲۳°۳۵ برای اریبی منطقة البروج و تقریبا جغرافیایی (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۱۴۰ تا ۱۴۳). این جدول احتمالاً از اضافات المجریطی می‌باشد.

همین جدول را می‌توان در جدول های طلیطلی مشاهده نمود.

مبدل پرتوها[۷۳]

(سوتر، ۱۱۴ – ۹۱؛ نویگه باوئر، صفحات ۷۸ تا ۸۱ و ۱۲۹ تا ۱۳۱)

جدول مبدل پرتوها را که در زیج اصلی خوارزمی بوده است، می‌توان در یک کتاب نجوم اثر ابن هبنتا (کندی و کروکوریان ـ پرایسلر Krokorian-Preisler ۱۹۷۲) و همچنین در جدول‌های طلیطلی (تومر ۱۹۶۸، صفحات ۱۴۷ تا ۱۵۱) یافت. تومر اظهار می دارد که جدول مزبور برای اریبی ´۲۳°۵۱ و عرض جغرافیائی بغداد (قریب به °۳۳) محاسبه شده است. لیکن چنین به نظر می‌رسد که جدول مبدل پرتوها در نسخهٔ المجریطی، برای عرض جغرافیائی ´۳۸°۳۰ یعنی احتمالاً برای قرطبه محاسبه شده باشد. بدین ترتیب می توانیم نتیجه بگیریم که این جدول یکی

دیگر از الحاقاتی است که المجریطی اضافه کرده است. هوگندیک (۱۹۸۹) دربارهٔ ساختار ریاضی هر دو جدول مبدل پرتوها بحث کرده و دریافته است که جدول المجریطی بر اساس اریبی ´۲۳°۵۱ که خوارزمی به دست داده است، تدوین شده و در عین حال بهینه سازی چشمگیری از روش محاسبه خوارزمی می باشد.

فضل دور[۷۴]

(سوتر ۱۱۵؛ نویگه باوئر، صفحات ۱۳۱ و ۱۳۲؛ گلداشتاین، صفحات ۱۴۳ و ۱۴۴ و ۲۴۲)

جدول فضل دور در نسخهٔ المجریطی بر اساس سال نجومی[۷۵] حساب شده که بالغ بر ۳۰، ۲۲، ۳۰، ۱۵؛ ۳۶۵ روز[۹] می‌باشد. این مقدار در منابع گوناگون هندی نیز مشاهده می‌شود از جمله در برهماسپوتاسیدهانتا *Brahmasputasiddanta* ابن المثنی تأیید می‌کند که خوارزمی این مقدار را به کار برده است. اما باید توجه داشت که در زیج شاه، مقدار ۳۰، ۳۲، ۱۵؛ ۳۶۵ به کار رفته است (کندی ۱۹۵۶آ، صفحه ۱۴۷).

چکیده

جداول موجود در ترجمهٔ لاتین نسخهٔ المجریطی از زیج سندهند خوارزمی را می‌توان با توجه به اصل آنها، به پنج گروه تقسیم نمود (شماره هایی که ذکر شده اند، شماره‌های جداول در چاپ سوتر به سال ۱۹۱۴ می‌باشند):

I. جدول هایی که از زیج اصلی خوارزمی مشتق شده‌اند:

الف) بر اساس روش های هندی و یا مقادیر پارامتر:

۱) جداول حرکت متوسط: حرکات و موضعات (۴ تا ۲۰)

۲) عرض قمر (°۶ ۲۶ ـ ۲۱)

۳) تعدیل سیارات: ساختار (°۵ ـ °۳ ۵۶ ـ ۲۷)

۴) عرض سیارات (°۸ ـ °۷ ۵۶ ـ ۲۷)

۵) حرکت حقیقی شمس و قمر (۶۶ ـ ۶۱)

۹. اعداد شصتگانی در این مورد به صورت معمول نوشته می‌شوند، بدین معنا که ارقام شصتی با ویرگول از هم جدا نوشته می‌شوند و صفر شصتگانی با نقطه ویرگول نشان داده می‌شود. برای مثال ۳۰، ۱۵؛ ۳۶۵ یا ۳۰، ۱۵؛ ۵، ۶ بیان دیگری از عدد $۳۰/۶۰^۲$ + ۱۵/۶۰ + ۳۶۵ می‌باشد.

۶) خسوف ها: مقادیر پارامتر برای خسوف ها در اوج (۷۶ ـ ۷۳)
۷) اختلاف منظر (۷۷آ ـ ۷۷)
۸) کسوف‌ها: مقادیر پارامتر (۷۸)
۹) فضل دور (۱۱۵)

ب) بر اساس روش های ایرانی و یا مقادیر پارامتر:
۱) تعدیل شمسی (۳° ۲۶ ـ ۲۱)
۲) تعدیل قمری (۴° ۲۶ ـ ۲۱)
۳) تعدیل سیارات: مقادیر پارامتر (۵° ـ ۳° ۵۶ ـ ۲۷)

پ) بر اساس روش های بطلمیوسی و یا مقادیر پارامتر:
۱) میل شمس (۵° ۲۶ ـ ۲۱)
۲) توقفگاه‌های سیارات (۶ ۵۶ ـ ۲۷)
۳) زاویهٔ بعد (۵۹ب ـ ۵۹)
۴) خسوف‌ها: سامانه و مقادیر پارامتر برای خسوف ها در حضیض (۷۶ ـ ۷۳)
۵) کسوف‌ها: سامانه (۷۸)

II. جدول هایی که المجریطی تغییراتی در آنها داده است:
۱) جداول تقویمی
۲) جداول حرکت متوسط: دوره (۲۰ ـ ۴)
۳) مقارنات و مقابلات متوسط (۷۲ ـ ۶۹)

III. جداولی که المجریطی به آنها اضافاتی وارد آورده و یا آنها را جایگزین نموده:
۱) قابلیت رؤیت هلال ماه (۵۷آ)
۲) جیب (۵۸آ ـ ۵۸)
۳) ظل التمام (۶۰)
۴) تعدیل بروج (۹۰ ـ ۷۹)
۵) مبدل پرتوها (۱۱۴ ـ ۹۱)

اصل جدول خوارزمی برای قابلیت رؤیت هلال ماه، در منابع مختلف موجود است (نگاه کنید

به مراجع مذکور در فوق). مقادیری را که او برای جیب بر اساس دایرهٔ مبنا به شعاع ۱۵۰ برای کردجات تعیین نموده است، می‌توان در جدول‌های طلیطلی مشاهده کرد. هوگندیگ یک جیب با آرگومنت ۹۰،...، ۳، ۲، ۱ بر اساس این مقادیر دوباره سازی کرده است. اصل جدول خوارزمی برای مبدل پرتوها، از طریق یکی از آثار ابن هبنتا و جدول‌های طلیطلی به دست ما رسیده است. جدول تعدیل زمان (۶۸ ـ ۶۷) متعلق به یکی از گروه های I، II یا III، می باشد. تجزیه و تحلیلی که در بخش ششم این مقاله آمده، ما را قادر می‌سازد تا بیان دقیقتری از اصل و منشأ این این جدول ابراز داریم.

۵. تعدیل زمان

ما هنگامیکه می‌خواهیم زمان مکانی را با توجه به موضع خورشید بسنجیم (مثلا به کمک یک ساعت آفتابی). ظهر را به مثابه زمان عبور[۷۶] خورشید تعریف می‌کنیم. تناوب زمان (پریود) بین دو عبور پی در پی را می‌توان به ۲۴ ساعت مساوی تقسیم نمود. هرگاه خورشید در صفحه استوا قرار داشته و با یک سرعت یکنواخت ظاهری حرکت کند، در آنصورت قوس استوا که نصف النهار ناظر را بین هر یک از عبورها قطع می‌کند، در تمام طول سال به همان مقدار باقی می‌ماند، یعنی ۳۶۰ درجه به اضافه حرکت روزانه خورشید. در نتیجه هر روز و هر ساعت دقیقاً با یکدیگر برابر خواهند بود. زمانی را که بر اساس فرض حرکت خورشید با سرعت یکنواخت در صفحه استوا به دست می‌آید، زمان متوسط شمسی مکان[۷۷] می‌نامند. این زمان، حداکثر به میزان یک مقدار ثابت با زمانی که ما امروزه به کار می‌بریم، فرق دارد. منجمین قدیم و دوران قرون وسطی، زمان متوسط شمسی را برای محاسبه طول سیارات کار می‌بردند. آنها تصحیحاتی در طول متوسط سیارات انجام دادند که توابعی خطی از زمان بودند و می‌شد آنها را از طریق مضاربه زمان متوسط شمسی سپری شده، با معدل حرکت سیاره ای، تعیین نمود.

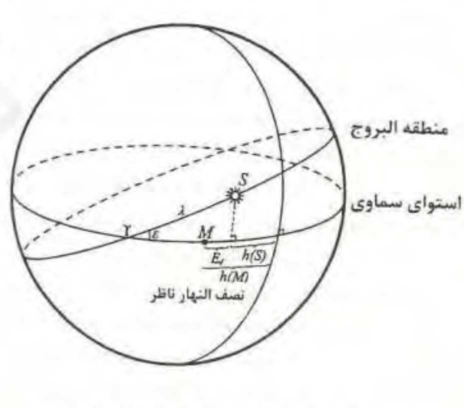
لیکن از آنجا که خورشید در حقیقت با یک سرعت غیر یکنواخت در صفحه دایرة البروج حرکت می‌کند، زمان حقیقی شمسی مکان که به صورت عبور روزانه خورشید حقیقی تعریف می شود، به میزان مقدار یک متغیر، با زمان متوسط شمسی فرق پیدا می کند. اختلاف بین زمان حقیقی و زمان متوسط شمسی را تعدیل زمان می نامند. این اختلاف توسط دو عامل تعیین می گردد: یکی حرکت غیر یکنواخت خورشید و دیگری این واقعیت که قوس منطقة البروج، معمولا نصف النهار ناظر را به عنوان یک قوس استوایی با طول مساوی در همان پریود زمانی، قطع نمی‌کند.

حال می خواهیم زمان متوسط و زمان حقیقی شمسی را از نقطه نظر ریاضی تعریف کرده و

فرمولی برای تعدیل زمان به مثابه تابعی از موضع خورشید مشتق نماییم.[۱۰] ابتدا باید توجه داشته باشیم که منظور از زاویه ساعتی یک جرم سماوی X، زاویه کروی بین نصف النهار ناظر و نصف النهار X می باشد که در جهت حرکت به غرب اندازه گرفته شده باشد. من در اینجا با حرف S، خورشید حقیقی، و با حرف M خورشید مجازی متوسط استوایی [۷۸] را نمایش می دهم که با سرعتی ثابت و با همان پریود خورشید حقیقی، روی استوا حرکت می کند.

اینک می توان زمان متوسط شمسی را به مثابه زاویه ساعتی h(M) خورشید متوسط استوایی، و زمان حقیقی شمسی را به مثابه زاویه ساعتی h(S) خورشید حقیقی تعریف کرد. تعدیل زمان Ed به حسب زاویه استوایی برابر است با اختلاف بین زمان متوسط شمسی و زمان حقیقی شمسی (نگاه کنید به تصویر شماره ۱ که کرهٔ سماوی را نشان می‌دهد. کرهٔ زمین در مرکز این تصویر ترسیم نشده است):

$$E_d = h(S) - h(M) \qquad (1)$$

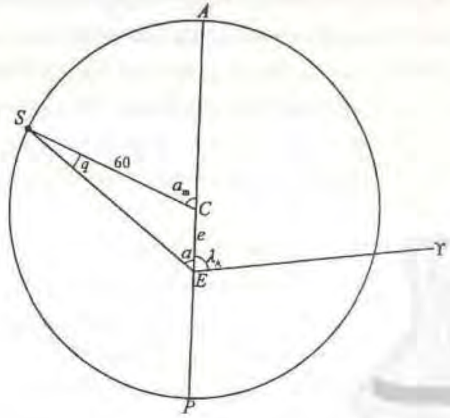


تصویر شماره ۱: توضیح نموداری تعدیل زمان

حال برای اینکه بتوان Ed را به صورت تابعی از موضع خورشید بیان کرد، مدل خروج از

۱۰. تشریح و توضیح مفصل تعدیل زمان را به نحوی که بطلمیوس به آن توجه داشته است، می‌توان در نوشتهٔ نویگه باوئر ۱۹۷۵، مجلد ۱، صفحات ۶۱ تا ۶۸ و نیز در مقالهٔ پدرسن ۱۹۷۴، صفحات ۱۵۴ تا ۱۵۸ یافت. کندی (۱۹۸۸) روشی را که دو منجم اسلامی، کوشیار بن لبان (قرن دهم میلادی) و غیاث‌الدین جمشید کاشانی (قرن پانزدهم میلادی)، به کمک آن جداول تعدیل زمان را تدوین کرده‌اند، تشریح نموده است.

مرکز بطلمیوس را در مد نظر قرار می دهیم که توسط بسیاری از منجمین قرون وسطی نیز مورد استفاده قرار گرفته است (نگاه کنید به تصویر شماره ۲).[۱۱]



تصویر شماره ۲: مدل خورشیدی بطلمیوس

در این مدل خورشید حقیقی S با سرعتی ثابت روی دایره‌ای به شعاع ۶۰ حرکت می کند که در صفحه دایرهٔ البروج قرار دارد. مرکز این دایره C، به فاصلهٔ e که

آنرا خروج از مرکز خورشید می نامند، از کرهٔ زمین E دور می باشد. خورشید در نقطه اوج A به دورترین فاصله خود از زمین می رسد، کوتاه ترین فاصله آن با زمین در حضیض P می باشد. حال λ طول حقیقی خورشید است که می‌توان آنرا به صورت زاویهٔ ♈ES در جهت حرکت به شرق از نقطه اعتدال ربیعی (بهاری) ♈ تعریف نمود. از این نقطه می توان خورشید را از کرهٔ زمین مشاهده نمود (برای اینکه بتوانم تصویر شماره ۲ را تا آنجا که ممکن است واضح ترسیم کنم، از نمایش λ در آن خودداری کرده‌ام). در محاسباتی که در زیر صورت می گیرند، از آنومالی a خورشید حقیقی استفاده می شود که به مثابه زاویه AES بین اوج A و خورشید S تعریف می‌شود. بدین ترتیب خواهیم داشت.

۱۱. توضیحات بیشتر دربارهٔ مدل شمسی بطلمیوسی را می‌توان در نوشتهٔ نویگه باوئر ۱۹۷۵، مجلد ۱، صفحات ۵۳ تا ۶۱ و یا پدرسن ۱۹۷۴، صفحات ۱۴۴ تا ۱۵۴ یافت.

$$\lambda = a + \lambda_A$$

که در آن λA طول اوج خورشید بوده و برابر است با زاویه $\angle \gamma ES$.

برای اینکه بتوان موضع حقیقی خورشید یعنی γ را محاسبه کرد، یک تصحیح مثلثاتی را در رابطه با تابع خطی زمان در نظر می گیریم. برای این تابع ما می توانیم مثلا آنومالی متوسط خورشید یعنی a_m را به کار بریم که زاویهٔ ACS بین اوج و خورشید است، و آن هنگامی است که ما از مرکز C مدار خروج از مرکز خورشید، به خورشید بنگریم. از آنجا که خورشید با سرعتی ثابت حول C می‌چرخد، این تابع در واقع یک تابع خطی است، لیکن منجمین قدیم و قرون وسطی معمولاً تابع دیگری در جداول خود جای می دادند. یعنی طول متوسط خورشید λ_m را که برابر است با

$$\lambda_m = a_m + \lambda_A$$

(به همین دلیل λ_m در تصویر شماره ۲ قید نشده است).

از آنجا که جمع زوایای مثلث ECS برابر است با

$$a + (180^\circ - a_m) + \angle ESC$$

نتیجه می گیریم که اختلاف بین آنومالی حقیقی خورشید a و آنومالی متوسط خورشید a_m (و در نتیجه اختلاف بین طول حقیقی و خورشید λ و طول متوسط خورشید λ_m) برابر است با زاویه ESC. این زاویه را تعدیل شمسی نامیده و با q نمایش می دهند. زاویه مزبور را می توان از راه هندسی به صورت تابعی از a_m و از طریق گسترش زاویه SCE به یک مثلث قایم الزاویهٔ SXE (که در تصویر شماره ۲ نشان داده نشده است) تعیین نمود و سپس با بیان مقدار جیب یا ظل زاویهٔ q به صورت اضلاع مثلث گسترش داده، بازنمود کرد. به این طریق رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$q_m(a_m) = \arctan\left(e.\sin a_m / (60 + e.\cos a_m)\right) \qquad (۲)$$

که در آن q_m تعدیل شمسی را به مثابه تابع آنومالی متوسط خورشید بیان می‌کند (فرمول معادلی با فرمول ۲، که بر اساس یک عبارت برای $\sin q_m$ مشتق شده باشد، قدری پیچیده‌تر خواهد بود). برای a_m بین صفر و ۱۸۰ درجه، تعدیل شمسی باید از مقدار آنومالی متوسط خورشید (یا طول متوسط خورشید) کاسته شود تا آنومالی حقیقی خورشید (یا طول حقیقی خورشید) به دست آید. برای a_m بین ۱۸۰ و ۳۶۰ درجه، منجمین قرون وسطی مقدار مطلق تعدیل شمسی را به آنومالی متوسط خورشید (یا طول متوسط خورشید) اضافه می کردند. از آنجا که فرمول ما یک تعدیل منفی برای مقادیر a_m بین ۱۸۰ و ۳۶۰ درجه به دست می‌دهد،

می توانیم به طور کلی نتیجه بگیریم که:

$$\lambda = \lambda_m - q_m(\lambda_m - \lambda_A) \quad \text{و یا} \quad a = a_m - q_m(a_m)$$

تعدیل شمسی را می توان به صورت یک تابع آنومالی حقیقی خورشید نیز بیان نمود و با q نمایش داد. با به کار بستن قانون جیب ها در مثلث SCE خواهیم داشت:

$$q(a) = \arcsin(e.\sin a / 60) \qquad (۳)$$

و $a = a_m - q(a)$ و یا $\lambda = \lambda_m - q(\lambda - \lambda_A)$ برای همه مقادیر a λ و مصداق خواهند داشت.

حال بازگردیم به تصویر شمارهٔ ۱. در وهله اول متوجه می‌شویم که هم طول متوسط خورشید λ_m و هم موضع متوسط استوایی خورشید M در روی خط استوا، تابع‌های خطی زمان می باشند. از آنجا که خورشید متوسط استوایی همان دور تناوب را دارد که خورشید حقیقی (یعنی سال شمسی)، پس نتیجه می شود که در هر زمانی، موضع متوسط خورشید استوایی M روی خط استوا می‌تواند به صورت $\lambda_m + c$ بیان شود که در آن c یک مقدار ثابت است. به علت اینکه زاویه بعد یک جرم سماوی X برابر زاویه کروی بین نصف النهار نقطه بهاری λ النهار X می باشد که در جهت حرکت به شرق اندازه گرفته شده، از فرمول ۱ نتیجه می شود که در هر لحظه تعدیل زمان برابر است با اختلاف بین زاویه بعد خورشید متوسط استوایی و خورشید حقیقی. بدین ترتیب خواهیم داشت:

$$E_d = \lambda_m - (\lambda) + c$$

که در آن α نمایانگر زاویه بعد می باشد. برای مقادیر λ بین صفر و ۹۰ درجه، می‌توان α را از رابطهٔ $\alpha(\lambda) = \arctan(\cos\varepsilon.\tan\lambda)$ محاسبه کرد که در آن ε اریبی دایرهٔ البروج می‌باشد. برای مقادیر بین ۹۰ و ۳۶۰ درجه، α از روابط قرینه‌ای

$$\alpha(180 - \lambda) = 180 - \alpha(\lambda)$$

و

$$\alpha(180 + \lambda) = 180 + \alpha(\lambda)$$

به دست می‌آید.

ثابت c همزمانی خورشید حقیقی و خورشید متوسط استوایی مجازی را تعیین می کند. از آنجا که منجمین قدیم و دوران قرون وسطی، این ثابت را به طریقی تعیین می کردند که وابسته به دوران جدول سیارات آن زمان بود (یعنی نقطه آغازین)، من آنرا ثابت دوره [79] می نامم.

در فرمول بالا تعدیل زمان E_d به درجات استوایی بیان شده است. لیکن در جدول‌های

دستی بطلمیوس و در اغلب رساله‌های نجومی قرون وسطی (از جمله نسخه المجریطی زیج خوارزمی)، تعدیل زمان به ساعت و دقیقه و شاید هم ثانیه جدول بندی می شد. از آنجا که ۲۴ ساعت معادل یک گردش روزانه ۳۶۰ درجه به اضافهٔ حرکت روزانه خورشید به مقدار ۰°۵۹′۸″ می‌باشد، مقدار ۱۵°۲′۲۸″ ≈ ۲۴ / (۰°۵۹′۸″ + ۳۶۰°) در ساعت، می‌تواند یک ضریب دقیق برای تبدیل درجه به ساعت باشد. لیکن بطلمیوس و بسیاری از منجمین قرون وسطی، حرکت روزانه خورشید را در نظر نمی‌گرفتند و ضریب ۱۵ درجه در ساعت را در عوض به کار می‌بردند.

بدین ترتیب اگر E_h نمایانگر تعدیل زمان به ساعت باشد، در آن صورت خواهیم داشت

$$E_h = 1/15.E_d$$

من از این پس به جای E_h از حرف E استفاده خواهم کرد زیرا که می خواهیم فقط با تعدیل زمان به ساعت سرو کار داشته باشیم.

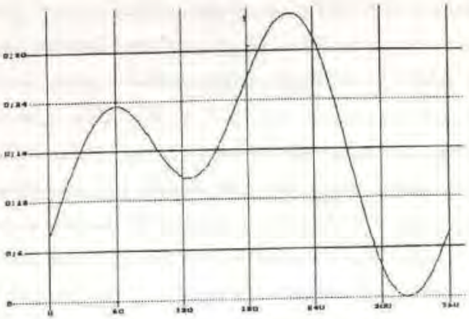
تعدیل زمان را می توان مانند تعدیل شمسی هم به صورت تابع طول حقیقی خورشید (که با $E(\lambda)$ نمایش داده می شود) و هم به صورت تابعی از طول متوسط خورشید (که با $E_m(\lambda_m)$ نمایش داده می شود) بیان کرد. از اینجا نتیجه می‌گیریم که:

$$E(\lambda) = 1/15.\ (\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c) \qquad (۴)$$

$$E_m(\lambda_m) = 1/15.(\lambda_m - \alpha(\lambda_m - (\lambda_m - q_m(\lambda_m - \lambda_A) + c) \qquad (۵)$$

بدین ترتیب مشاهده می کنیم که تعدیل زمان بر اساس پنج پارامتر مختلف استوار است که عبارتند از: اریبی دایرة البروج، خروج از مرکزی خورشید، طول اوج خورشید، ثابت دوره، و ضریب تبدیل.

بسیاری از منجمین دوران قرون وسطی یک جدول تعدیل زمان به رسالهٔ نجومی خود ضمیمه می کردند بی آنکه اشاره ای به مقادیر پارامتر کنند. علاوه برا این، همیشه هم روشن نبود که آیا تعدیل زمان به مثابه تابعی از طول متوسط یا طول حقیقی خورشید جدول بندی شده است (بدین معنا که نه آرگومنت و نه متغیر مستقل جدول، طول متوسط و یا طول حقیقی خورشید بود). در هر دو مورد یک نمودار از مقادیر جدولی، می توانست یک شکل کلی داشته باشد که در تصویر شماره ۳ نشان داده شده است (در این تصویر طول خورشید به صورت افقی و تعدیل زمان به ساعت، به طور عمودی ترسیم شده اند).



تصویر شماره ۳: مقادیر تعدیل زمان در زیج خوارزمی

(افقی: طول خورشید به درجات دایرة البروج؛ عمودی: تعدیل زمان به ساعت)

ما می توانیم نتیجه بگیریم که تجزیه و تحلیل یک جدول تعدیل زمان غالباً کار مشکلی است. تا کنون فقط معدودی از جدول های تعدیل زمان موجود در منابع قدیمی و قرون وسطی، به زبان ریاضی توضیح شده‌اند. کندی (۱۹۸۸) آن دسته از جداول تعدیل زمان را که در زیج های کوشیار بن لبان[۸۰] و کاشانی[۸۱] پیدا کرده است، محاسبه نموده. من در یکی از مقالات اخیرم (فان دالن ۱۹۹۴)، شماری از روش‌ها را تشریح کرده‌ام که می توان به کمک آنها جداول تعدیل زمان را تحلیل نمود و نیز توضیح داده‌ام که چگونه بطلمیوس جدول تعدیل زمان خود را تدوین کرده است. در مقالهٔ حاضر، من روش های مشابهی را برای تعیین ساختار ریاضی جدول خوارزمی به کار خواهم گرفت و چگونگی کاربرد روش کمترین مربعات را به تفصیل توضیح خواهم داد.

۶. تجزیه و تحلیل جدول تعدیل زمان خوارزمی

توضیح جدول

یک نسخه برداری کامل به زبان لاتینی از جدول تعدیل زمان در زیج سندهند خوارزمی را می توان نزد سوتر ۱۹۱۴، صفحات ۱۸۱ ـ ۱۸۲ یافت (جداول ۶۷ تا ۶۸). این جدول در دو نسخه خطی که در بخش سوم مقالهٔ حاضر ذکر شدند، موجود می باشد: یکی در قطع های رحلی ۸۰ رو ۸۰ و در کتابخانه عمومی شارتر Chartres Bibliotheque Publique تحت شماره

۲۱۴ (نسخه خطی C سوتر) و دیگری در قطع‌های رحلی ۱۳۷ر و ۱۳۷و در کتابخانه بودلیان آکسفورد Oxford Bodleian Library. سوتر این دو نسخه را با یکدیگر ترکیب نمود تا جدولی به دست آورد که حتی المقدور به اصل جدول خوارزمی نزدیک باشد. بنا به گفتهٔ او، هر دو نسخه، فقط چند اشتباه املایی مشترک دارند.

مقادیر جدول تعدیل زمان خوارزمی برای هر درجهٔ طول خورشید که از برج حمل آغاز می شود، به دقیقه و ثانیهٔ ساعتی تدوین شده اند. کمترین مقداری که در آن فرض شده است برای موقعی است که موضع خورشید °۲۲ درجه برج دلو و بالغ بر $0^{h}0^{m}0^{s}$ باشد. این امر حاکی از این است که استفاده کننده از این جدول، نیازی نداشته است که فرقی قائل شود که مقادیر جدولی در کجا باید اضافه شوند (مثبت) و در کجا باید کسر شوند (منفی). ظاهرا مؤلف جدول، ثابت دوره c را انتخاب نموده تا بتواند این حالت ویژه را به دست آورد (رجوع کنید به توضیحات بخش قبلی).

من برای تجزیه و تحلیلی که در زیر صورت می گیرند، مقادیری را به کار برده‌ام که سوتر به دست داده است (نگاه کنید به جدول های ۴آ تا ۴ت در انتهای این بخش). نموداری از آنها در تصویر شماره ۳ نشان داده شده است. من اطلاعات ناچیزی که دربارهٔ تعدیل زمان در نسخه اصلی زیج خوارزمی در دست می باشند، و می توان آنها را در منابع درجه اول دیگر مشاهده نمود، در بند "تعدیل زمان" بخش چهارم این مقاله، خلاصه کرده‌ام.

ضریب تبدیل

در حین اولین بررسی جدول تعدیل زمان در زیج خوارزمی، متوجه می شویم که کلیه مقادیر جدولی، مضاربی از چهار ثانیه می باشند. تنها استثناها را در ارتباط با مینیمم و ماکزیمم (مکانی و کلی) این مقادیر مشاهده می کنیم. از اینرو فرضی معقول به نظر می رسد که در آنجا هم، مقادیر در اصل مضاربی از چهار ثانیه بوده باشند. لیکن آنها طوری با یکدیگر تطبیق داده شده‌اند تا بتوان از جهش های واضح در آنها جلوگیری کرد.

حضور صرف مضاربی از چهار ثانیه را می توان بر اساس فرمول های ۴ و ۵ تعدیل زمان توجیح نمود، به این معنا که آخرین گام محاسبه در هر دو مورد عبارت است از تقسیم بر ضریب تبدیل که معمولا به میزان ۱۵ درجه در ساعت است و یا گاهی ۱۵°۲۲′۸″. در ساعت. ظاهراً مؤلف جدول‌های نسخهٔ المجریطی تعدیل زمان را با دقتی برابر با دقیقه استوایی محاسبه کرده است، یعنی

$$\lambda + q(\lambda - \lambda_A) - \alpha(\lambda) + c$$

یا

$$\lambda - \alpha(\lambda_m - q_m(\lambda_m - \lambda_A))$$

مشروط براینکه آرگومنت جدول، طول متوسط خورشید باشد.

مقادیر مزبور همگی مضاربی از ۶۰ ثانیه هستند. مؤلف این جدول‌ها، از طریق تقسیم این مقادیر به ضریب تبدیل ۱۵، مقادیر جدول تعدیل زمان را به حسب ساعت که همگی مضاربی از چهار ثانیه می باشند، به دست آورده است.

متغیر مستقل

از توضیحات نسخهٔ المجریطی زیج خوارزمی (سوتر ۱۹۱۴، صفحه ۲۵؛ نویگه باوئر ۱۹۶۲، صفحات ۶۱ و ۶۲) استنتاج می‌شود که متغیر مستقل جدول تعدیل زمان، موضع حقیقی خورشید می باشد. علاوه بر این، تعدیل حاصل شده، باید همواره از زمان حقیقی شمسی کسر شود تا زمان متوسط شمسی به دست آید. بدین ترتیب همانگونه که در فرمول ۱ آمده است، مقادیر جدولی برابرند با زمان حقیقی شمسی منهای زمان متوسط شمسی.

یک واقعیت دیگری را نیز می توان به آسانی از مقادیر جدولی اشتقاق نمود؛ هرگاه ما تعدیل زمان را از طریق تفریق زمان متوسط شمسی از زمان حقیقی شمسی محاسبه کنیم، تابع حاصله برای موضع خورشید که از صفر تا ۳۶۰ درجه در حرکت است، یک ماکزیمم مکان و یک مینیمم مکان و نیز یک ماکزیمم کلی و یک مینیمم کلی دارا خواهد بود. همانگونه که در تصویر شماره ۳ (و یا شکل ۳۲ در نوشته نویگه باوئر ۱۹۶۲، صفحه ۱۰۸) مشاهده می‌کنیم، این مطلب در واقع برای جدول تعدیل زمان در نسخهٔ المجریطی مصداق دارد.[۱۲]

هیچگونه راه آسانی برای اثبات متغیر مستقل در جدول تعدیل زمان وجود ندارد؛ تعدیل زمان هم به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید و هم به مثابه تابعی از طول متوسط خورشید، دارای شکلی است که در تصویر شماره ۳ مشاهده می شود. ولی ما می توانیم خواصی برای جدول تعدیل زمان به صورت تابعی از طول حقیقی خورشید، اشتقاق کنیم که اگر متغیر مستقل معادل طول متوسط خورشید باشد، دیگر اعتبار نداشته باشند. آنگاه می‌توان این خواص را به کار گرفت

۱۲. جدول بطلمیوس برای تعدیل زمان در جدول‌های دستی، یک نمونه از جدولی است که مقادیر آن می‌بایستی همواره به زمان حقیقی اضافه شوند تا بتوان زمان متوسط خورشید را به دست آورد (نگاه کنید به نویگه باوئر ۱۹۷۵، مجلد ۲، صفحات ۹۸۶ - ۹۸۴).