رسائل

رسالهٔ *مرآتیهٔ* بدر طبری

محمد رضا عرشی[۱]

مقدمه

بدر طبری (زنده در ۸۲۵ق) از ریاضی‌دانان ایرانی است که اطلاع چندانی از زندگانی وی در دست نیست. در فهرست‌ها نامش را «بدر الدین» نیز نوشته‌اند. در برخی منابع، وی را از ریاضی‌دانان سدهٔ هفتم یا هشتم دانسته‌اند (مرعشی، ص۷۱). در عنوان رسالهٔ مرآتیه لقبش «مالک مُلک سخن کسری» آمده است. تاکنون سه اثر از وی می‌شناسیم.

۱. شرح سی فصل در معرفت تقویم خواجه نصیرالدین طوسی (۵۹۷-۶۷۲ق) که در سال ۸۲۴ قمری تألیف و در روز دوشنبه ۷ ربیع الاول سال ۸۲۵ قمری پایان یافته است (منزوی، ۱۳۸۲، ص۲۹۷۵ ؛ مدرس رضوی، ص۳۹۳). فهرست مشار (ج۳، ص۳۲۳۷) تاریخ تألیف رساله را ۸۲۲ قمری نوشته است. طبری در این شرح ابتدا عبارت‌های متن رسالهٔ طوسی را آورده، سپس به شرح آن‌ها پرداخته است. این رساله در سال‌های ۱۲۹۳ و ۱۳۰۱ قمری در تهران چاپ سنگی شده است (منزوی، ۱۳۸۲، ص۲۹۷۵). کهن‌ترین نسخهٔ آن به شمارهٔ ۴۶۷/۲ در کتابخانهٔ دانشکدهٔ الهیات دانشگاه مشهد است که در ۶ صفر ۸۳۰ قمری توسط نظام بن مولانا جمال بن مولانا فخرالدین بن مولانا شمس‌الدین بن مولانا حاجی رضا آملی کتابت شده است. نسخه‌ای از آن به خط عماد بن منجم اصفهانی به تاریخ کتابت ۲۲ ربیع‌الثانی ۸۴۴ قمری در کتابخانهٔ سید باقر بن محمد یزدی در نجف وجود دارد (آقابزرگ، ج۱۳، ص۳۱۱). نسخه‌های دیگری از آن نیز به شماره‌های ۳۳۹۱، ۳۱۴۶و ۳۵۴۸/۱ ملک، ۴۸۹۷/۱ مرعشی، ۳۴۳۱ و ۳۴۷۷ ملی تبریز، ۲۱۴۷ و ۱۹۳ مجلس و ۱۴۵/۱ طباطبایی شیراز گزارش شده است (درایتی، ج۶، ص۷۷۱).

۱. کارشناس ارشد تاریخ علم، arshy1001@yahoo.com

۲. حواشی بر کتاب اصول اقلیدس (نفیسی، ص۲۷۱؛ منزوی، ۱۳۴۸، ص۱۳۲). از این اثر تاکنون نسخه‌ای گزارش نشده است.

۳. رسالهٔ مرآتیه: این رساله ابتدا در سال ۱۳۳۸ شمسی توسط مرحوم محمدتقی دانش‌پژوه در فهرست نسخه‌های خطی دانشگاه تهران (ج۷، ص۲۶۰۴) معرفی شده است. چون نام رساله در این نسخه نیامده، با توجه به موضوع رساله، آن را رساله در ارتفاع نامیده است. مرحوم دانش پژوه در سال ۱۳۴۰ خورشیدی جلد سوم فهرست مدرسهٔ سپهسالار را سامان داده و با این‌که نام آن در ابتدای رساله مرآتیه آمده؛ باز هم آن را ارتفاع نامیده است (دانش پژوه، ۱۳۴۰، ص۱۰۰).

صفحهٔ اول و دوم نسخهٔ دانشگاه

در نسخه‌های شناخته شدهٔ دیگر، نام رساله به‌صراحت «مرآتیه» است. در فهرست‌ها موضوع رساله را در حوزهٔ علم هندسه نوشته‌اند؛ ولی در واقع این رساله را باید در حوزهٔ علم «مناظر و مرایا» قرار داد. از این رساله پنج نسخه به شرح ذیل گزارش شده است:

۱. نسخهٔ شمارهٔ ۵۱۸۰/۳۱ کتابخانهٔ مجلس که به خط نستعلیق و در ۶ صفحه (صص۳۱۴-۳۱۹) در سال ۱۰۶۹ قمری کتابت شده است.

۲. نسخهٔ شمارهٔ ۱۲۴۶/۴ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران که به خط نسخ و در ۹ صفحه در سال ۹۸۴ یا ۱۰۸۴ قمری در آگرای هند مقابله شده است (منزوی، ۱۳۴۸، ص۱۳۲) این نسخه ناقص است و حدود دو صفحه از فصل دوم رساله کتابت نشده است.

صفحهٔ آخر نسخهٔ سپهسالار

۳. نسخهٔ شمارهٔ ۲۹۱۱/۱۸ مدرسهٔ سپهسالار که به خط نستعلیق در ۳ صفحه و در سال ۱۰۹۲ قمری در شهر اجمیر هند مقابله شده است. این مجموعه در سال ۱۲۴۰ قمری در اصفهان خریداری شده و در تملک محمدحسین بن الموسوی بوده و در تاریخ ۱۵ ذی‌حجهٔ سال ۱۲۹۷ قمری توسط میرزا حسین‌خان به کتابخانهٔ ناصری وقف شده است. در جمادی‌الآخر ۱۲۹۷ قمری در تملک وزیر علوم وقت، اعتضاد السلطنه بوده است.

۴. نسخهٔ شمارهٔ ۵۸۸۴/۹ آستان قدس رضوی (همو، همان‌جا) که به خط نسخ و در ۵ صفحه در سدهٔ ۱۱ قمری کتابت شده است. این مجموعه در مردادماه سال ۱۳۱۱ خورشیدی توسط میرزا رضاخان نایینی به کتابخانهٔ آستان قدس وقف شده است. میکروفیلم آن به شمارهٔ ۲۲۵۳/۹ف در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران موجود است (درایتی، ج۱، ص۶۴۳).

۵. نسخهٔ شمارهٔ ۱۴۹۴۷/۱ کتابخانهٔ مجلس که در سدهٔ ۱۳ قمری کتابت شده است. این نسخه در فهرست نسخه‌های خطی مجلس (ج۴۲، ص۳۵) معرفی شده است (منبع: سایت کتابخانهٔ مجلس).

موضوع رساله

تعیین ارتفاع اجسام مرتفع از سطح زمین مورد توجه دانشمندان دورهٔ اسلامی بوده است. معمولاً این کار به کمک اسطرلاب انجام می‌شد که روش آن در آثار مربوط به اسطرلاب آمده است. روش دیگر برای تعیین ارتفاع استفاده از یک عمود بود. ابن‌هیثم (۳۵۴-۴۳۰ق) رسالهٔ کوتاهی به نام «فی معرفة الاشخاص القایمة واعمدة الجبال وارتفاع الغیوم» در این زمینه تألیف کرده است. این رساله را محمد بن احمد حسینی لاهیجانی در محرم سال ۱۱۰۵ قمری شرح کرده است. نسخه‌ای از رسالهٔ ابن‌هیثم و شرح آن در مجموعهٔ ۲۷۷۳ کتابخانهٔ مجلس و مجموعهٔ ۱۸۶ مدرسهٔ امام صادق (ع) قزوین موجود است. مرحوم منزوی چند رساله با عنوان ارتفاع از مؤلفان ناشناخته در این زمینه ذکر کرده است (نک: منزوی ص ۲۵۹۴). طبری هم رسالهٔ مرآتیه را به درخواست دوستان خود در یک مقدمه و دو فصل در همین زمینه نوشته است. فصل اول رساله، تعیین ارتفاع اجسام مرتفع از زمین به کمک آینه است. ظاهراً تعیین ارتفاع اجسام مرتفع به کمک آینه در آثار دانشمندان قبل از طبری وجود ندارد و این روش از ابداعات طبری است. فصل دوم رساله، تعیین ارتفاع به کمک عمود است که در آثار پیشینیان او هم وجود داشته است. با مقایسهٔ رسالهٔ مرآتیه و رسالهٔ ابن‌هیثم (نسخهٔ مجلس) مشخص شد که روش طبری با اندکی تغییر مشابه روش ابن‌هیثم است. ولی رسالهٔ مرآتیه کامل‌تر است. طبری در هر دو روش، برای تعیین ارتفاع اجسام مرتفع دو حالت در نظر گرفته است. در حالت اول، فاصلهٔ آینه یا عمود تا پای جسم مرتفع را می‌توان اندازه گرفت و در حالت دوم، به خاطر مانعی نمی‌توان این فاصله

را اندازه‌گیری کرد. طبری در هر دو حالت، ارتفاع جسم مرتفع را به کمک «علم مناظر» و قضایای مبتنی بر اصول اقلیدس به‌درستی محاسبه کرده است.

روش تصحیح رساله

در تصحیح رساله از چهار نسخهٔ شمارهٔ ۵۱۸۰/۳۱ کتابخانهٔ مجلس با شناسهٔ «م»، مدرسهٔ سپهسالار با شناسهٔ «س»، دانشگاه تهران با شناسهٔ «د» و آستان قدس رضوی با شناسهٔ «ر» استفاده شده است.

برای تصحیح، به شیوهٔ «تصحیح التقاطی» عمل شده است؛ یعنی هیچ‌یک از نسخه‌ها اصالت لازم برای مبنا قرار گرفتن را نداشتند؛ بنابراین آنچه در متن تصحیح شده آمده، گاه فقط در یك نسخه مضبوط بوده و گاه کلمه یا عبارتی در هیچ‌یک از نسخه‌ها درست نبوده یا کلمه‌ای در تمام نسخه‌ها افتادگی داشته که در متن اصلی به‌صورت صحیح آمده است. در تمام این موارد تفاوت کلمات در پانویس ذکر شد. هم‌چنین برای آسانی در خواندن، متن رساله پاراگراف‌بندی شده است و برخی از افتادگی‌های احتمالی داخل چنگک [ ] و برخی توضیحات داخل کمانک ( ) آورده شد. از ذکر موارد زیر نیز خودداری شد.

۱. در تمام نسخه‌ها، موارد زیادی است که کلمات نقطه‌گذاری نشده یا نقاط اضافی در آن است یا نقطه جابه‌جا شده است.

۲. در تمام نسخه‌ها، فعل «است» و حرف اضافهٔ «به» هم به‌صورت جدا و هم به‌صورت پیوسته نگارش شده است که در متن تصحیح شده به‌صورت جدا نوشته شده است.

۳. در بیشتر موارد حروف «پ، چ، ژ، گ» به‌صورت «ب، ج، ز، ک» آمده است مانند: «بنکرد» به‌جای «بنگرد» و «جنان» به‌جای «چنان» ولی در نسخهٔ «س» نگارش صحیح این حروف تا حدود زیادی رعایت شده است.

۴. در نسخهٔ «س»، در تمام موارد، کلمات عربی که به حرف «ة» ختم می‌شوند با رسم‌الخط فارسی کتابت شده است مانند: «مرآت، جهت معرفت و ...» به‌جای «مرآة، جهة معرفة و ...» ولی در سایر نسخه‌ها به‌صورت رسم‌الخط عربی است. این کلمات در متن تصحیح شده با رسم‌الخط فارسی نوشته شده است.

۵. در تمام نسخه‌ها فعل «ببیند» به‌صورت «به‌بیند» و «ثلاثه» به‌صورت «ثلثه» آمده که در متن تصحیح شده به‌صورت «ببیند» و «ثلاثه» نوشته شد.

۶. در برخی موارد حروف روی اشکال هندسی نوشته نشده یا جابه‌جا شده است و در نسخهٔ «ر» شکل دوم رساله ترسیم نشده است.

متن رساله:

رسالهٔ مرآتیهٔ مالک مُلک[۱] سخن کسری بدر الطبری[۲]
بسم الله الرحمن الرحیم و به نستعین[۳]

امّا بعد چنین گوید: محرّر این سطور بدر الطبری "وفّقه الّله لما یُحب و یرضاه" که بعضی از احبّا[۴] ازین[۵] کمینه سؤال کردند که ارتفاع اشخاص مرتفع را از زمین[۶] به مرآت معلوم[۷] توان کرد یا نه؟ این[۸] فقیر را در آن باب فکری روی نمود بی آن‌که جایی دیده باشد که اهل صناعت متعرّض شده‌اند و اگر کسی متعرّض[۹] آن شده باشد به این ضعیف نرسیده است و بعد از آن‌که عمل و برهان به طریق مرآت استخراج کرده شد؛ در خاطر آمد که[۱۰] به عمود نیز معلوم توان کرد ارتفاع اشخاص مرتفع را. القصّه این هر دو وجه را عمل و برهان استخراج کرده در دو فصل به کتابت[۱۱] آورد. متوقّع از اصحاب بصایر نقّاده (= دیده‌های تیز) و قرایح وقّاده (= خوش ذوق) آن است که چون بر خللی واقف شوند؛ به کرم اصلاح فرمایند و به ذیل عفو بپوشانند. توفیق، رفیقِ همگنان باد.

فصل اول: در معرفت بالای اشخاص مرتفع از زمین به مرآت[۱۲] و اقامت برهان[۱۳] آن

عملِ این چنان[۱۴] باید کرد که بر أرض مستوی مرآت بنهند و شخصی که رصد خواهد کرد خود را عمود دارد بر سطح أرض؛ به مرتبه[ای] که اگر شاقولی از برابر بصر او به وسط[۱۵] قدمین او آید؛ خیط آن شاقول مَلاصق (= مماس، چسبیده) تمامت قامت او باشد و از برابر نقطهٔ بصر او بنگرند که چند ذراع معین است؛ آن را «طول قامت» نام کنند و شخص راصد در آن مرآت نگاه می‌کند و از پس و پیش و چپ و راست می‌آید و می‌رود تا آن‌گاه که سرِ آن شخص مرتفع را به

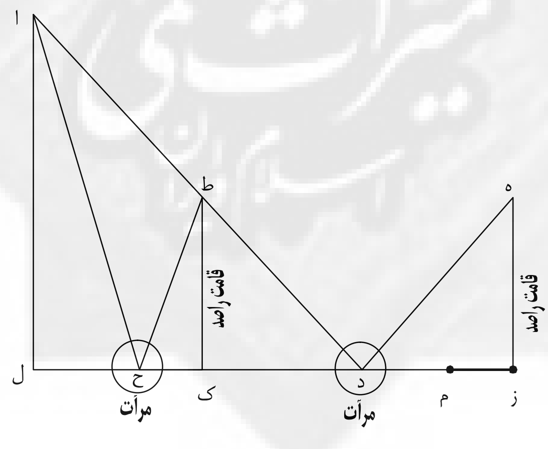
۱. س: – ملک.
۲. د: – رسالهٔ ... الطبری.
۳. س، م: – و به نستعین.
۴. ر: اخیار.
۵. د: از این.
۶. ر، س، م: از زمین را.
۷. د: – معلوم.
۸. س: – این.
۹. د: – شده‌اند ... متعرض.
۱۰. ر: – که.
۱۱. س: + در.
۱۲. ر، س، م: – به مرآت.
۱۳. ر، س، م: + بر.
۱۴. ر، س: چنین.
۱۵. د: واسطه.

مرکز مرآت ببیند. پس از وسط قدم خود تا به مرکز مرآت بنگرد؛ که چند ذراع است بـه آن ذراع مفروض. وحینئذٍ اگر میان مَسقط الحجر آن شخص مرتفع کـه قاعـدهٔ وی اسـت و میـان مرکـز مرآت حایلی مانع از تقدیر (= اندازه‌گیری) نباشد آن‌را نیز به همان ذراع بداند که چند اسـت و درین قسم همین مقدار عمل کافی است؛ چنان‌که در تصویر برهان ظاهر گردد. و اگـر حـایلی مانع باشد احتیاج شود به زیادتی عمل. پس خط مستقیم میان مرکز مـرآت تـا وسـط [قـدمین] بکشد[1] و آن‌را «مقدار اول» نام کند و آن خط را از جانب وسط قدم یا از جانب مرآت –هر کدام که میسّر شود– بیرون برد علی‌الاستقامه. و مرآت را از آن موضع بردارد و پس‌تر[2] یا پیش‌تر برد و هم بر آن خط به‌جای دیگر نهد[3] و آن شخص راصد به مرآت به طریق اول نگاه کند؛ تـا سـرِ آن چیز مرتفع را به مرکز مرآت ببیند. پس، از وسط قدم خود تا به مرکز مرآت بنگرد کـه چنـد ذراع است به آن[4] ذراع مفروض؛ و آن‌را «مقدار ثانی» نام کند. و از مرکز مرآت در موضع اول تـا بـه مرکز مرآت در موضع دوم بنگرد که چند ذراع است به آن ذراع مفروض؛ آن‌را «مـابین‌المرآتین» نام کند. و هر کدام از مقدار اول و [مقدار] ثانی که از قاعدهٔ شخص مرتفع دورتر باشد او بر آن مقدار دیگر زاید خواهـد بـود؛ چنان‌کـه از تقریـر برهـان روشـن گـردد. آن زیـادتی[5] را «فضـل مابین‌المقدارین» نام کند و آن‌گاه[6] مابین‌المرآتین را در طول قامت ضرب کنـد و حاصـل را بـر فضل مابین‌المقدارین قسـمت کنـد. خـارج قسـمت، بـالای آن شـخص مرتفـع باشـد. و اگـر مابین‌المرآتین را در مقدار اول ضرب کند[7] و حاصل[8] را بر فضل مابین‌المقدارین قسمت کنـد[9] خارج قسمت، بُعد باشد از مرکز مرآت در موضع اول تا مسقط الحجر آن شخص مرتفع و اگـر مابین‌المرآتین را در مقدار دوم[10] ضرب کند و حاصل را بر فضل مابین‌المقدارین قسمت کنـد؛ خارج قسمت، بُعد باشد از مرکز مرآت در موضع ثانی تا مسقط الحجر و اگر خواهد بـه کاسـهٔ آب نیز همین عمل کند تا ارتفاع اشخاص مرتفع معلوم شود.

---

۱. س: بکشند.
۲. س: پست‌تر.
۳. س: بنهند.
۴. د: – ذراع است به آن.
۵. ر، م: زیاد؛ س: زیاده.
۶. د: آن‌گه.
۷. س: کنند.
۸. س: + ضرب.
۹. ر: – خارج قسمت ... کند.
۱۰. س: دویم.

در اقامت برهان آن: فرض کنیم عمودِ شخص مرتفع[1] که مَثَل منار خواهد بود[2] آل و قامت راصد هز و مرکز مرآت د[3] و بُعد میان وسط قدم و مرکز مرآت زد و بُعد میان مرکز مرآت و قاعدهٔ شخص مرتفع دل و می‌گوییم که مثلث هزد مشابه مثلث ادل است؛ زیراکه زاویهٔ ز از مثلث اول مساوی زاویهٔ ل [است] از[4] مثلث ثانی؛ از جهت آن‌که هر دو قایمه‌اند؛ بنابر آن‌که قامت راصد و شخص مرتفع هر دو عمودند[5] بر سطح زمین. و زاویهٔ د از [مثلث] اول که زاویهٔ شعاعی[6] است[7] مساوی زاویهٔ د است از [مثلث] ثانی که زاویهٔ انعکاسی است؛ چنان‌که در «علم مناظر» مقرّر شده است. پس زاویهٔ ه نیز از [مثلث] اول مساوی زاویهٔ ا باشد از [مثلث] ثانی؛ زیراکه هر یک تتمّهٔ قایمتین‌اند از متساویتین چنان‌که از [شکل] لب [از] مقالهٔ اولی کتاب اصول معلوم شده است و به شکل د از مقالهٔ سادسهٔ آن کتاب، اضلاع نظایر مثلثین متناسب باشند. وحینئذٍ نسبت زد با دل چون نسبت هز باشد با آل و ثلاثهٔ اول به تقدیر آن ذراع مفروض، معلوم‌اند[8] و رابع أعنی آل مجهول است. پس به قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه، ثانی را که دل است در[9] ثالث که هز است ضرب کنند؛ و حاصل را بر اول که زد است قسمت کنند؛ خارج قسمت، رابع مجهول باشد که معلوم شد به تقدیر آن ذراع مفروض و هوالمراد. این است برهان؛ چون خط میان مسقط الحجر و مرکز مرآت وصل کرده[10] باشند در عمل؛ و به ذراع مفروض تقدیر کرده.



۱. ر، س، م: + را.
۲. ر: – بود.
۳. د: – و مرکز مرآت د.
۴. م: – مثلث هزد ... از.
۵. د: عمود اند.
۶. د:شعائیی.
۷. م: + مساوی زاویهٔ ... است.
۸. س: معلومند.
۹. ر: تا.
۱۰. ر، س: – کرده.

و هرگاه که تقدیر بُعد میان مسقط [الحجر] و مرکز [مرآت] متعذّر (= غیر ممکن) باشد؛ فرض چنین کنیم که ال آن شخص مرتفع است که عمود است بر سطح زمین. و در عمل اول، قامت راصد هز و [مرکز] مرآت د و خط[۱] مستقیم زل و مقدار اول زد و در عمل ثانی، قامت راصد طک و [مرکز] مرآت ح و مقدار ثانی کح و مابین‌المرآتین دح و فضل مابین‌المقدارین مد اکنون می‌گوییم که مثلث هزد مشابه مثلث ادل است؛ چنان‌که از تقریر سابق محقق شد. و همچنین مثلث[ین] طکح و الح متشابه باشند به مثلِ آن تقریر. پس نسبت لد با دز چون نسبت ال باشد با هز و نسبت لح با حک چون نسبت ال باشد با طک[۲] أعنی نسبت ال با هز پس به شکل یا از مقالهٔ ه از کتاب[۳] اصول، نسبت دل[۴] با زد چون نسبت حل باشد با کح و خط دل اعظم است از حل پس به شکل ید از مقاله ه از کتاب اصول، زد اطول باشد از کح و از خط زد مثل کح ضل کنیم زم باشد و به خلاف (معکوس) نسبت زد با دل ون نسبت کح باشد با حل و نسبت زد با دل چون نسبت هز است با ال بنابر تشابه مثلثین و همچنین نسبت کح با حل چون نسبت طک است با ال و فرض کنیم که هز عُشر ال است پس زد نیز عُشر دل باشد و نسبت زم أعنی کح[۵] با حل چون نسبت طک باشد با ال و طک أعنی هز[۶] عُشر ال فرض کرده بودیم پس زم نیز أعنی کح[۷] عُشر حل باشد. و چون خط زمد عُشر دل است و زم عُشر حل پس مد نیز عُشر دح باشد پس برین تقدیر، نسبت مد با دح چون نسبت هز باشد[۸] با ال پس به قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه که سه معلوم بود و یکی مجهول، از سه معلوم، آن یکی مجهول معلوم توان کرد و مجهول[۹] درین صورت ال است و سه معلوم مد و دح و هز است. پس تالی اول و مقدّم ثانی را که دح و هز است، أعنی مابین‌المرآتین و قامت راصد را در هم ضرب کنند و بر مقدّم اول که مد است أعنی فضل[۱۰] مابین‌المقدارین قسمت کنند مجهول یعنی تالی دوم[۱۱] که ال بود أعنی بالای منار معلوم شود و از تشابه مثلثین و [قاعدهٔ] اربعهٔ اعداد متناسبه بُعد از

---

۱. د، ر، م: خطی.
۲. د: طط.
۳. س: – کتاب.
۴. س: + باشد.
۵. د: طح.
۶. س: هل.
۷. ر، س، م: طح.
۸. س: – باشد.
۹. ر: – معلوم توان کرد و مجهول.
۱۰. ر، س، م: – فضل.
۱۱. س: دویم.

اضلاع یعنی از موضع مرآت اول تا مسقط الحجر و از موضع مرآت دوم[1] تا مسقط الحجر معلوم می‌توان کرد.

اگر سایلی گوید که سخن در آن قسم است که از قاعدهٔ شخص مرتفع به واسطهٔ مانعی، خط مستقیم در عمل نمی‌توان کشید و به خط موهوم اقتصار (= بسنده) می‌باید کرد پس هرگاه که از نقطهٔ ح مثلاً، خط مستقیم در عمل کشیده شود، چون خطّ حدز. از کجا معلوم است که این خط معمول متصل است علی‌الاستقامه به آن خط موهوم که در میان ل و ح است؛ تا محقق شود که خطّ دحل خط واحد مستقیم است که ضلع مثلث ادل[2] شده است و تناسب مقرر گردد و برهان به اتمام رسد.[3]

در[4] جواب گوییم طریقه در استعلام (درستی)، آن است که بر آن سطح مستوی نقطه[ای] فرض کنند چون نقطهٔ ح مثلاً و شخصی راست بایستد؛ چنان‌که عمود[5] باشد بر آن سطح مستوی. و آن نقطه، در وسط قدمین او باشد و راصد در عقب آن شخص بایستد؛ چنان‌که وی نیز عمود باشد بر آن سطح. و منار بر وی پوشیده شود به سبب آن شخص اول. پس چون میان نقطهٔ ح و وسط قدمین[6] راصد خط مستقیم کشیده شود آن خط معمول با آن خط موهوم متصل باشد علی‌الاستقامه؛ زیراکه خطوط شعاعی باصره به طریق استقامت رود؛ چنان‌که در «مناظر» مذکور به تجربه معلوم است و بَعد ذلک چون آن خط معمول را اخراج کنند[7] (امتداد دهند) علی‌الاستقامه تا د و ز، معلوم شود که خط دحل یک خط مستقیم است و[8] مطلوب حاصل گردد. واللّه أعلم بالصّواب.[9]

فصل دوم:[10] در معرفت[11] ارتفاع اشخاص مرتفع از زمین به عمود و[12] اقامت برهان آن.

عملِ این چنان[13] باشد که قطعهٔ زمین مستوی پیدا کنند؛ و آن‌گاه[14] شاقولی از برابر بصر راصد فرو آویزند[15] تا به وسط قدمین او؛ و بنگرند که چند ذراع معین است؛ آن‌را «طول قامت» نام

---

۱. س: دویم.
۲. د: اهدل.
۳. د: رسید.
۴. ر: – در.
۵. ر، م: عمودی.
۶. م: – او باشد و راصد .... قدمین.
۷. ر: – زیراکه خطوط شعاعی ... کنند ؛ س، م: کنیم.
۸. د، س، م: – و.
۹. م: – والله أعلم بالصّواب.
۱۰. س: دویم.
۱۱. د: – معرفت.
۱۲. ر: – و.
۱۳. س: چنین.
۱۴. د: آن‌گه.
۱۵. ر، س: آویزد.

کنند. پس چوبی مستقیم حاصل کنند؛ چنان‌که به یک ذراع از قامت شخص راصد درازتر باشد و آن‌را «عمود» خوانند و چون خواهند که بالای شخص مرتفع از روی زمین، مانند مناری یا دیواری یا کوهی معلوم کنند که چه مقدار است؛ طریقه چنان باشد که بر سطح زمین پیدا کرده، عمود را قایم سازند و شخص راصد نیز خود را عمود سازد بر سطح زمین به مرتبه[ای] که اگر شاقولی از برابر بصر او به وسط قدمین او آید خیط آن شاقول مَلاصق تمام قامت او باشد و شخص راصد از آن عمود بازپس رود؛ بر وجهی که به یک چشم سر عمود و سر آن شخص مرتفع که منار است مثلاً، ببیند و باقی منار بر وی پوشیده شود به سبب آن عمود و آن‌گاه[1] راصد از تحت قدم خود تا پای عمود بنگرد که چند ذراع است به آن ذراع مفروض. وحینئذٍ اگر میان مسقط الحجر آن شخص مرتفع که قاعدهٔ وی است و میان وسط قدمین راصد، حایلی مانع از تقدیر نباشد؛ آن‌را نیز به همان ذراع، بداند که چند است و درین قسم همین مقدار عمل کافی است؛ چنان‌که در تصویر برهان ظاهر گردد.

و اگر حایلی مانع باشد[2] احتیاج شود به زیادتی عمل. پس خط مستقیم میان قاعدهٔ عمود تا وسط قدم بکشد و آن‌را «مقدار اول» نام کند و[3] آن خط را از جانب وسط قدم یا از جانب عمود[4] – هر کدام که میسّر شد –[5] بیرون برد علی‌الاستقامه. و آن‌گاه[6] شخص راصد عمود را از جای خود بر گیرد و پس‌تر[7] یا پیش‌تر برد،[8] هم بر آن خط و همین عمل کند تا سر عمود و سر آن چیز مرتفع را ببیند. این‌جا نیز مابین قدم راصد و عمود بنگرد که چند ذراع است به آن[9] ذراع مفروض و آن‌را «مقدار دوم»[10] خوانند و از آن موضع که تحت قدم اول بوده است تا این موضع که تحت قدم دوم[11] بوده؛[12] بنگرد که چند ذراع است به همان ذراع مفروض و آن‌را «مابین‌القدمین» خوانند. و هر کدام از مقدار اول و ثانی که از قاعدهٔ شخص مرتفع دورتر باشد او بر آن مقدار دیگر زاید شود؛ چنان‌که بیان آن از تقریر برهان روشن گردد. آن زیادتی را «فضل مابین‌المقدارین» نام کند و آن‌گاه

۱. د: آن‌گه.
۲. ر: نباشد.
۳. د، س، م: – و.
۴. ر: – عمود.
۵. ر: شود.
۶. د: آن‌گه.
۷. س: پست‌تر.
۸. د: – برد.
۹. د: – ذراع است به آن.
۱۰. س: دویم.
۱۱. س: دویم.
۱۲. ر: بود ؛ د: بایست.

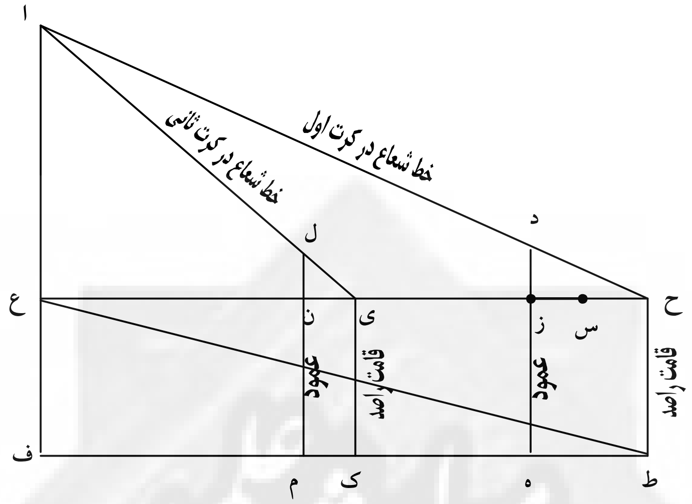
مابین‌المقدارین را بر فضل مابین‌المقدارین قسمت کند و خارج قسمت را بر قامت [راصد] افزاید، بالای آن شخص مرتفع باشد. و اگر مقدار اول را در مابین‌القدمین ضرب کند و حاصل [را] بر فضل مابین‌المقدارین قسمت کند؛ خارج [قسمت]، بُعد باشد از تحت قدم در موضع اول تا مسقط الحجر آن شخص که مرتفع است. و اگر مقدار ارتفاع [شخص] مرتفع [تا چشم راصد] را در مقدار اول ضرب کند؛ حاصل بُعد باشد از موضع تحت قدم اول[۱] [تا مسقط الحجر آن شخص که مرتفع است. و اگر مقدار ارتفاع شخص مرتفع تا چشم راصد را] در مقدار ثانی ضرب کند؛ حاصل،[۲] بُعد باشد از تحت قدم در[۳] موضع ثانی تا مسقط الحجر آن شخص مرتفع.

در اقامت برهان آن: فرض کنیم شخص مرتفع را که منار خواهد بود مثلاً، اف و قامت راصد حط و عمود ده و ذراع زاید دز [و] بُعد میان وسط قدم و قاعدهٔ عمود طه و بُعد میان وسط قدم و[۴] قاعدهٔ شخص مرتفع طف. اکنون می‌گوییم از فا خطی مِثلِ حط که قامت راصد است فصل کنیم آن فع باشد و از ح به ع خط موهوم وصل کنیم که آن حزع باشد موازی و[۵] مساوی خط طف باشد که در عمل کشیده شد؛ به جهت آن‌که حط و اف هر دو عمودند بر سطح زمین پس به شکل و از مقالهٔ[۶] یا از کتاب اصول ایشان متوازیان باشند و حط و عف دو خطند[۷] متساوی و متوازی و خطین حع و طف که پیوسته است به اطراف (دو طرف) ایشان متساوی و متوازی باشند به شکل لج از مقالهٔ ا از کتاب اصول و مثلث حدز مشابه مثلث حاع است؛ زیراکه ح مشترک است و زاویهٔ ز و زاویهٔ ع متساویانند؛ به جهت آن‌که زاویهٔ دهط و افط هر یک قایمه‌اند و زاویهٔ دزح مساوی زاویهٔ دهط است به شکل کط از مقالهٔ ا از کتاب اصول و همچنین زاویهٔ اعح مساوی زاویهٔ افط باشد و زاویهٔ ا مساوی زاویهٔ د است؛ زیراکه هر یک تتمّهٔ قایمتین از متساویتین‌اند به شکل لد از مقالهٔ[۸] ا از کتاب اصول و اضلاع نظایر مثلث متناسب باشند به شکل د از مقالهٔ از کتاب اصول وحینئذٍ نسبت حز با حع[۹] چون نسبت دز[۱۰] باشد با اع و ثلاثهٔ اول به تقدیر آن ذراع مفروض معلوم‌اند و رابع أعنی اع مجهول است پس به قاعدهٔ اربعهٔ متناسبه ثانی را که حع است در ثالث که دز است ضرب کنند و

---

۱. تمام نسخ: + و.
۲. تمام نسخ: خارج.
۳. تمام نسخ: و.
۴. ر: − و.
۵. ر: − و.
۶. ر: مقابله.
۷. س: خط.
۸. س: مقابله.
۹. د، س، م: طع.
۱۰. ر: − چون نسبت دز.

حاصل را بر اول که حز است أعنی طه قسمت کنند؛ خارج قسمت، رابع مجهول باشد که معلوم شد به تقدیر آن ذراع مفروض. و[1] عف را که مساوی قامت راصد است بر خارج قسمت افزایند؛ بالای شخص مرتفع باشد و هوالمراد.



و این بیان وقتی تمام شود که بیان کنند که خط حع واصل، قطع خط ده کند و بر تقدیر قطع بر نقطهٔ ز گذرد می‌گوییم[2] واجب است که خط حع واصل قطع [خط] ده کند بر نقطهٔ ز؛ به جهت آن‌که هر سه خط حط و زه و عف متساوی‌اند و متوازی. پس عح که خط واصل است بالضروره بر نقطهٔ ز بگذرد؛ والّا لازم آید که متوازیان، متلاقیان باشند چه فرض کنیم که خط واصل بر ز نگذرد از نقطهٔ ح به ز خط[ی] وصل کنند. خط حز موازی طه باشد و خط حع موازی طه بود. پس خط حز موازی حع باشد. و[3] بلکه متلاقیانند و هذا محال. این است برهان چون خط میان مسقط الحجر و وسط قدمین راصد وصل کرده باشند و به ذراع مفروض، تقدیر کرده.

و هرگاه که تقدیر بُعد میان مسقط [الحجر] و وسط قدمین راصد متعذّر باشد. فرض کنیم چنین‌که اگر اف آن شخص مرتفع است که عمود است بر سطح زمین و در عمل اول، قامت راصد حط، عمود ده، ذراع زاید دز، مقدار اول طه. و در عمل ثانی، قامت راصد یک، عمود لم، ذراع زاید لن، مقدار ثانی کم [و] مابین‌القدمین طک. اکنون می‌گوییم که خطی که از نقطهٔ ح به ن وصل کنند؛ واجب است که بر نقطهٔ ز و ی بگذرد و بیان این از تقریر سابق معلوم

۱. د، ر، م: - و.
۲. س: گوییم.
۳. ر: - و.

می‌شود به أدنی (= کمترین) تأملی. پس خط حز مساوی مقدار اول باشد؛ چه خط حط و زه دو خط‌اند متساوی و متوازی و خطین که پیوسته باشند به اطراف ایشان متساوی و متوازی باشند و همچنین خط[1] ی‌ن مساوی مقدار ثانی باشد و همچنین خط حی مساوی مابین‌القدمین باشد و حس فضل مابین‌المقدارین باشد[2] و چون خط[3] حزن را علی‌الاستقامه اخراج کنند متصل شود به خط اف نه بر استقامت [؟]؛ به جهت آن‌که چون فرض کنیم که حط شخصی راصد است و زه عمود است و ح نقطهٔ بصر است و چون راصد نظر به سرِ عمود کند که ز است[4] نقطه[ای] از منار که محاذی (مقابل) سر عمود است خواهد دید. چه عمود را بر وجهی که[5] ذکر کرده شد؛ چون نصب کنند محاذی باشد میان منار و نقطهٔ بصر. مثلاً آن نقطه از منار ع است پس حزع خط مستقیم شعاعی[6] باشد و حزن خط مستقیم واصل. پس برین تقدیر واجب است که بعضی از خط شعاعی[7] که حز است منطبق شود بر بعضی از خط واصل که حز است؛ والّا لازم آید که دو خط مستقیم محیط شوند به سطحی و چون خط حز واصل را علی‌الاستقامه اخراج کنند؛ بر نقطهٔ ع رسد والّا لازم آید که یک خط مستقیم به دو خط مستقیم[8] پیوندد بر استقامت ایشان و هذا محال.[9]

و مثلث دزح مشابه مثلث اعح است؛ چنان‌که[10] از تقریر سابق محقق شد و همچنین مثلث لن‌ی مشابه مثلث اعی باشد به مثل آن تقریر. پس نسبت عح با حز چون نسبت اع باشد با دز و نسبت عی[11] با ی‌ن چون نسبت اع باشد با لن أعنی اع با دز پس به شکل یا از مقالهٔ ه از کتاب اصول نسبت حع با حز چون نسبت عی باشد[12] با ی‌ن و خط عح اطول است از خط عی پس به شکل ید[13] از مقالهٔ ه[14] از کتاب اصول خط حز اطول باشد از ی‌ن و از خط حز مثل ی‌ن فضل

۱. د: -از مقدار اول و ثانی که از قاعدهٔ شخص مرتفع دورتر باشد ... خط.
۲. س: باشند.
۳. ر: - خط.
۴. در واقع سر عمود نقطهٔ د است در این جا منظور عمودی است که ارتفاع آن به اندازهٔ ارتفاع چشم راصد تا زمین باشد.
۵. د: - که.
۶. د: شعائیی.
۷. د: شعائیی.
۸. ر، س، م: - به دو خط مستقیم.
۹. طبری در اینجا ثابت می‌کند که دو خط حزع و حزن بر هم منطبقند. ظاهراً همهٔ نسخه‌ها پیش از این مطلب افتادگی دارند.
۱۰. د: - چنان‌که.
۱۱. تمام نس: لی.
۱۲. د، ف: - باشد.
۱۳. د: چهاردهم.
۱۴. د: پنجم.

کنیم زس باشد و به خلاف نسبت حز با حع چون نسبت ین با یع و نسبت حز با حع چون نسبت دز باشد با اع بنابر تشابه مثلثین و همچنین نسبت ین با یع چون نسبت لن باشد با اع و فرض کنیم که دز عُشر اع است پس حز نیز عُشر حع باشد پس[1] نسبت سز أعنی ین با یع چون نسبت لن باشد با اع و لن أعنی دز که عُشر اع است فرض کرده بودیم پس سز أعنی ین عُشر یع باشد و چون خط حسز عُشر حع است و زس عُشر یع پس خط حس عُشر حی باشد پس برین تقدیر نسبت[2] حس با حی چون نسبت دز باشد با اع[3] پس به [قاعدهٔ] اربعهٔ متناسبه از سه معلوم، یکی مجهول معلوم شود و ثلاثهٔ اول به تقدیر آن ذراع مفروض معلوم‌اند و رابع أعنی اع[4] مجهول. پس تالی اول و مقدّم ثانی را در یک‌دیگر ضرب کنند؛ حاصل ضرب به‌عینه همان تالی اول باشد و حاصل ضرب را بر مقدّم اول که حس است قسمت کنند؛ خارج قسمت، مجهول باشد که معلوم شد و آن اع است و عف که مساوی قامت راصد است بر اع افزایند؛ بالای آن شخص مرتفع باشد و هوالمراد.

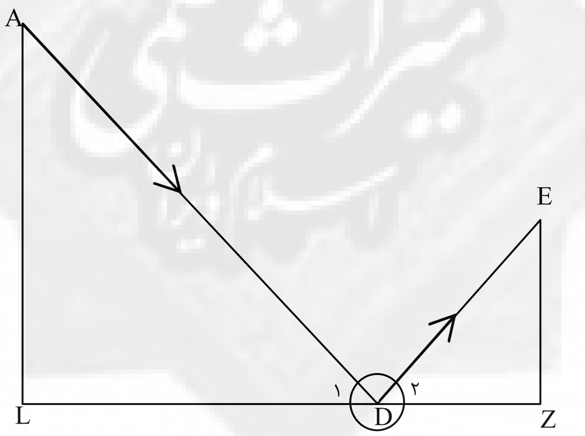
و از تشابه مثلثین و [قاعدهٔ] اربعهٔ متناسبه بُعد اضلاع یعنی از[5] تحت قدم موضع اول تا مسقط الحجر و از تحت قدم موضع ثانی تا مسقط الحجر معلوم می‌توان کرد و این بیانِ قسم ثانی وقتی تمام شود که بیان کنند که عف مساوی قامت راصد است و بیانِ این موقوف است بر آن‌که بیان کنند که خط طم معمول و[6] خط مف موهوم هر دو متصل‌اند[7] بر استقامت و طریقهٔ بیان این، آن[8] چنان است که در مرآت ذکر کرده شد. پس طمف خط مستقیم باشد و موازی حع و خطی از ع به ط وصل کنند دو مثلث حادث شود. یک، مثلث حطع و دیگری مثلث فعط [و] به شکل کط [و] به شکل کو از مقاله آ[9] از کتاب اصول[10] بیان کنند که عف[11] مساوی حط[12] است تا مطلوب تمام شود. والّله أعلم بالصّواب.[13]

۱. ر: – پس.
۲. ر: – نسبت.
۳. ر، س، م: لع.
۴. د: – اع.
۵. د: – از.
۶. ر، س، م: بر.
۷. س: متصلند.
۸. ر، س، م: – آن.
۹. د: اول.
۱۰. س: – اصول.
۱۱. ر: ع ؛ م: – عف.
۱۲. ر م: – حط.
۱۳. ر، م: – بالصواب ؛ س: + تمّ الرسالة بعون الملک الوهاب در دار الخیر اجمیر سنهٔ ۱۰۹۲ قمری بلغ مقابله.

شرح رساله

فصل اول: تعیین ارتفاع اجسام مرتفع از سطح زمین به کمک آینه.

حالت اول: در این روش یک آینهٔ تخت را روی زمین صاف، نزدیک جسم مرتفع (مثلاً منار) قرار می‌دهیم. پرتوهای نور به سطح آینه برخورد و بازتابش می‌شوند.[1] اگر آن پرتوی را که دقیقاً از سرِ جسم مرتفع به سطح آینه می‌تابد در نظر بگیریم؛ و شخص راصد طوری روی زمین بایستد که چشمان او در مسیر بازتابش آن پرتو نور قرار گیرد؛ می‌تواند سر جسم مرتفع را در آینه ببیند. اگر فاصلهٔ چشم شخص راصد تا سطح زمین (طول قامت)، EZ و فاصلهٔ شخص راصد تا آینه، ZD (فاصلهٔ شخص تا محل برخورد پرتو تابش مورد نظر به آینه است؛ که طبری آن نقطه را «مرکز آینه» نامیده است) و فاصلهٔ آینه تا جسم مرتفع، DL باشد؛ طبق تشابه دو مثلث می‌توانیم ارتفاع جسم مرتفع از سطح زمین، یعنی AL را به‌دست آوریم. در ضمن طبق ویژگی آینهٔ تخت، دو زاویهٔ تابش D_1 و زاویهٔ بازتابش D_2 با هم برابرند.



$$\begin{cases}\angle D_1=\angle D_2\\ \angle L=\angle Z=90^\circ\end{cases} \Rightarrow \Delta EZD \sim \Delta ADL \Rightarrow \frac{ZD}{DL}=\frac{EZ}{AL} \Rightarrow AL=\frac{EZ\times DL}{ZD}$$

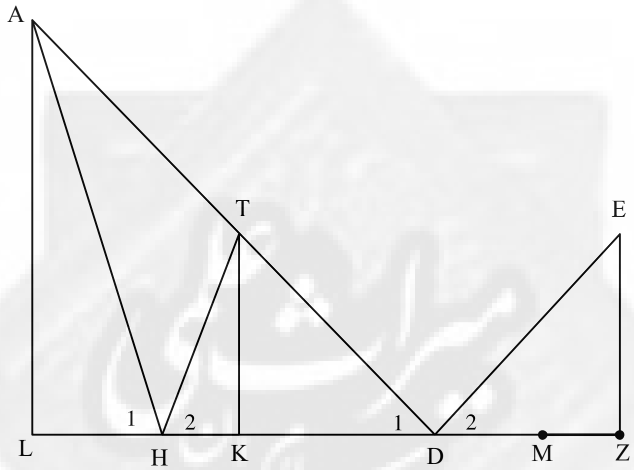
یعنی اگر طول قامت راصد را در فاصلهٔ آینه تا جسم مرتفع ضرب کنیم و حاصل را بر فاصلهٔ راصد تا آینه تقسیم کنیم؛ ارتفاع جسم مرتفع به‌دست می‌آید.

---

۱. بدر طبری از پیروان سنت نور شناسی هندسی است. آنان بر این باورند که پرتوهایی از چشم خارج می‌شوند که به خط مستقیم سیر می‌کنند و تلاقی این پرتوها با اجسامی که در مسیر آن‌ها قرار دارد موجب دیدن اجسام می‌شود. بنابراین طبری پرتوی را که از چشم خارج شده «خط شعاعی» و زاویه‌ای را که با آینه می‌سازد «زاویهٔ شعاعی» نامیده است و همچنین پرتوی را که از آینه به جسم می‌رسد «خط انعکاسی» و زاویهٔ آن را «زاویهٔ انعکاسی» نامیده است.

حالت دوم: اگر بین آینه و جسم مرتفع مانعی باشد که نتوانیم فاصلهٔ آینه تا جسم مرتفع، یعنی DL را به‌دست آوریم؛ بدین روش عمل می‌کنیم.

ابتدا آینه را نزدیک جسم مرتفع، روی زمین صاف قرار می‌دهیم. پرتوهای نور به سطح آینه برخورد و بازتابش می‌شوند. اگر آن پرتوی را که دقیقاً از سر جسم مرتفع به سطح آینه می‌تابد در نظر بگیریم؛ و شخص راصد طوری بایستد که چشمان او در مسیر بازتابش آن پرتو نور قرار گیرد می‌تواند سر جسم را در آینه ببیند. سپس آینه را کمی جلوتر (یا عقب‌تر) برده و شخص راصد نیز جلوتر (عقب‌تر) می‌آید تا مشابه روش قبل سر جسم مرتفع را در آینه ببیند.[1]



در موضع اول، فرض کنیم فاصلهٔ چشم راصد تا زمین (طول قامت)، EZ و طول جسم مرتفع، AL و فاصلهٔ راصد تا آینه (مقدار اول)، DZ و محل برخورد پرتو تابش و بازتابش مورد نظر (مرکز آینه)، D و در موضع دوم، فاصلهٔ چشم راصد تا زمین (طول قامت)، TK و فاصلهٔ راصد تا آینه (مقدار دوم)، HK و فاصلهٔ بین دو آینه (مابین‌المرآتین)، DH و محل برخورد پرتو تابش و بازتابش مورد نظر (مرکز آینه)، H باشد؛ آن‌گاه طبق قسمت قبل، دو مثلث EZD و ADL متشابهند. بنابراین: (۱) $\frac{AL}{EZ}=\frac{LD}{DZ}$ و همچنین دو مثلث THK و ALH متشابهند. بنابراین: (۲) $\frac{AL}{TK}=\frac{LH}{HK}$ و چون $TK=EZ$ پس (۳) $\frac{AL}{EZ}=\frac{LH}{HK}$ می‌شود. با مقایسهٔ تناسب‌های (۱) و (۳) و طبق قضیهٔ ۱۱ از مقالهٔ ۵ کتاب اصول اقلیدس[2] (۴) $\frac{LH}{HK}=\frac{LD}{DZ}$ می‌شود. چون $LD>LH$ است؛ پس طبق رابطهٔ (۴) و قضیهٔ ۱۴ از مقالهٔ ۵ اصول اقلیدس،[3] $DZ>HK$ می‌شود. حال روی پاره‌خط DZ نقطهٔ M را طوری تعیین

---

۱. طبری باید در اینجا می‌گفت که راصد به اندازهٔ دو برابر «مقدار اول» به L نزدیک می‌شود و محل آینه را چنان تنظیم می‌کند که A را در آینه ببیند. تنها در این صورت است که D و T و A در یک راستا قرار می‌گیرند.

۲. قضیهٔ ۱۱: نسبت‌های مساوی با یک نسبت، خود نیز با هم مساوی‌اند (هیث، ص۱۱۲).

۳. قضیهٔ ۱۴: اگر از چند کمیت، نسبت کمیت اولی به کمیت دوم مثل نسبت کمیت سوم به کمیت چهارم باشد، و اگر کمیت اول از کمیت

←

می‌کنیم که $ZM = HK$ شود. مقدار MD را تفاضل دو مقدار می‌نامیم. اگـر تناسـب‌های (۱) و (۲) و (۴) را معکوس و با هم مقایسه کنیم داریم:

$$\frac{EZ}{AL} = \frac{DZ}{LD} = \frac{HK}{LH} = \frac{TK}{AL}$$

طبری در ادامۀ اثبات فرض کرده است که طول قامت راصد $\frac{1}{10}$ طول جسم مرتفـع باشـد (ایـن k می‌تواند هر عدد مثبتی باشد). یعنی (۵) $\frac{EZ}{AL} = \frac{1}{10}$ است. پس $EZ = \frac{1}{10}AL$ و $DZ = \frac{1}{10}LD$ و $TK = \frac{1}{10}AL$ و $HK = \frac{1}{10}LH$. چون $ZM = HK$ پس $ZM = \frac{1}{10}LH$. بنابراین داریم:

$$DZ = \frac{1}{10}LD \Rightarrow ZM + MD = \frac{1}{10}(DH + LH) = \frac{1}{10}DH + \frac{1}{10}LH \Rightarrow MD = \frac{1}{10}DH \Rightarrow \frac{MD}{DH} = \frac{1}{10} \quad (6)$$

از مقایسۀ رابطه‌های (۵) و (۶) داریم:

$$\frac{EZ}{AL} = \frac{MD}{DH} \Rightarrow AL = \frac{EZ \times DH}{MD}$$

یعنی اگر فاصلۀ چشم راصد تا زمین (طول قامت) را در فاصلۀ دو آینـه (مـابین‌المرآتین) ضـرب کنیم و حاصل را بر مقدار «فضل مابین‌المقدارین» تقسیم کنیم؛ طول جسم مرتفع به‌دست می‌آیـد و نیازی به مقدار فاصلۀ آینه تا جسم مرتفع نیست.

همچنین به کمک تناسب‌های فوق می‌توان فاصلۀ مرکز آینه تا جسـم مرتفـع را در موضـع اول و موضع دوم به‌دست آورد.

$$\begin{cases} DZ = \frac{1}{10}LD \\ MD = \frac{1}{10}DH \end{cases} \Rightarrow \frac{DZ}{MD} = \frac{LD}{DH} \Rightarrow LD = \frac{DH \times DZ}{MD} \qquad \begin{cases} HK = \frac{1}{10}LH \\ MD = \frac{1}{10}DH \end{cases} \Rightarrow \frac{HK}{MD} = \frac{LH}{DH} \Rightarrow LH = \frac{DH \times HK}{MD}$$

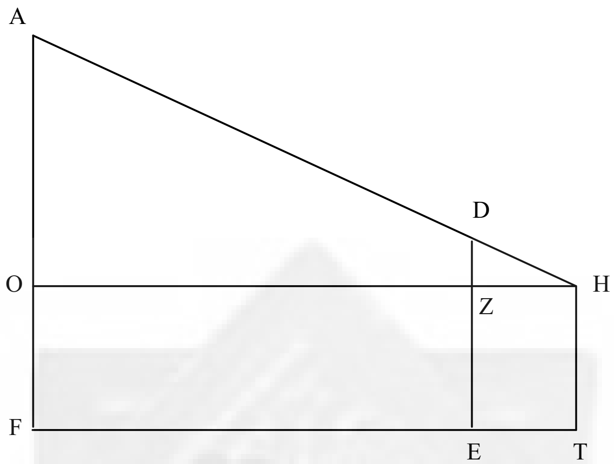
یعنی اگر مقدار اول را در مابین‌المرآتین ضرب کنیم و حاصل را بر فضل مابین‌المقدارین تقسـیم کنیم؛ فاصلۀ مرکز آینه در موضع اول تا جسم مرتفع به‌دست می‌آید. همچنـین اگـر مقـدار دوم را در فاصلۀ میان دو آینه ضرب کنیم و حاصل را بر تفاضل دو مقدار تقسـیم کنـیم؛ فاصـلۀ مرکـز آینـه در موضع دوم تا جسم مرتفع به‌دست می‌آید.

فصل دوم: تعیین ارتفاع اجسام مرتفع از سطح زمین به کمک عمود.

حالت اول: شخص راصد نزدیک جسم مرتفع (مثلاً منار) روی زمین صاف می‌ایستد. شـاقولی را از مقابل چشم راصد می‌آویزیم؛ به‌طوری که شاقول موازی طول قامت شخص باشـد و فاصـلۀ چشـم راصد تا زمین (طول قامت) را اندازه‌گیری می‌کنیم که چند ذراع است. سپس چوب صافی را که یـک ذراع از طول قامت بیشتر باشد جلوتر از شخص و قائم بر سطح زمین قرار مـی‌دهیم و آن‌را «عمـود»

→
سوم بزرگ‌تر باشد کمیت دوم نیز از کمیت چهارم بزرگ‌تر است؛ اگر مساوی باشد مساوی است و اگر کوچک‌تر باشد کوچک‌تر است (همو، ص۱۱۵).

می‌نامیم. سپس شخص راصد طوری جابه‌جا می‌شود که با یک چشم، بتواند سر عمود و سر جسم مرتفع را ببیند و به خاطر آن عمود، مابقی جسم مرتفع بر وی پوشیده شود.



فرض کنیم فاصلهٔ چشم راصد تا زمین (طول قامت)، HT و طول جسم مرتفع، AF و طول عمود، DE ($DZ=1$) و فاصلهٔ شخص راصد تا عمود، TE و فاصلهٔ راصد تا جسم مرتفع، TF باشد. روی AF مقدار $FO=HT$ را جدا می‌کنیم و از O به H وصل می‌کنیم. خط HO موازی و مساوی TF است. زیرا HT و AF عمود بر TF هستند. پس بنابر قضیهٔ ۶ از مقالهٔ ۱۱ اصول اقلیدس،[۱] HT موازی AF و موازی و مساوی با FO است. بنابراین طبق قضیهٔ **۳۳** از مقالهٔ اول اصول،[۲] HO موازی و مساوی TF است. همچنین چون $\angle E=\angle F=90$ بنابر قضیهٔ **۲۹** از مقالهٔ اول اصول،[۳] $\angle Z=\angle O=90$ است. بنابراین:

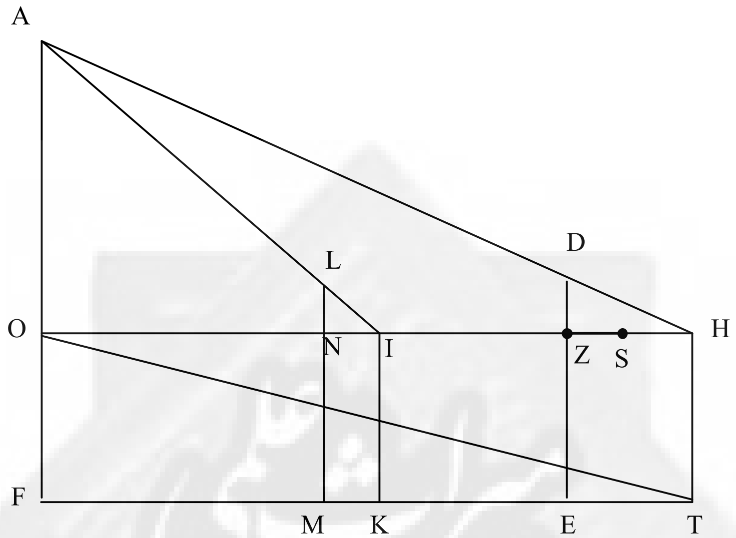
$$\begin{cases} \angle H=\angle H \\ \angle Z=\angle O=90^\circ \end{cases} \Rightarrow \Delta HDZ \sim \Delta HAO \Rightarrow \frac{HZ}{HO}=\frac{DZ}{AO} \Rightarrow AO=\frac{HO\times DZ}{HZ} \overset{DZ=1}{\Rightarrow} AO=\frac{HO}{HZ}$$

پس ارتفاع جسم مرتفع برابر $AF=AO+OF=\frac{TF}{TE}+HT$ است. یعنی اگر فاصلهٔ شخص راصد تا جسم مرتفع را بر فاصلهٔ شخص راصد تا عمود، تقسیم کنیم و حاصل را با طول قامت جمع کنیم؛ ارتفاع جسم مرتفع به‌دست می‌آید.

حالت دوم: اگر بین شخص راصد و جسم مرتفع مانعی باشد که نتوانیم فاصلهٔ شخص تا جسم مرتفع، یعنی TF را به‌دست آوریم؛ بدین روش عمل می‌کنیم.

۱. قضیهٔ ۶: دو خط راست عمود بر یک صفحه با هم موازی‌اند (همو، ص۳۸۳).
۲. قضیهٔ ۳۳: خط‌های راست هم جهت واصل به دو سر خط‌های راست متساوی و متوازی هم جهت، خود نیز متساوی و متوازی‌اند (همو، (همو، ص۲۷).
۳. قضیهٔ ۲۹: اگر خط راستی بر دو خط راست متوازی فرود آید؛ زاویه‌های متبادل داخلی متساوی، زاویه‌های متقابل خارجی و داخلی متساوی، و زاویه‌های متقابل داخلی [مجموعاً] مساوی با دو قائمه با آن‌ها می‌سازد (همو، ص۲۴).

ابتدا عمود را نزدیک جسم مرتفع، روی زمین صاف قرار می‌دهیم و شخص راصد مشابه قبل، سر جسم مرتفع را می‌بیند. سپس عمود را کمی جلوتر (یا عقب‌تر) روی زمین صاف قرار می‌دهیم و شخص راصد طوری روی زمین به‌صورت عمود می‌ایستد که بتواند مانند قبل با یک چشم، سرِ جسم مرتفع را ببیند.



در موضع اول، فرض کنیم فاصلهٔ چشم راصد تا زمین (طول قامت)، HT و طول جسم مرتفع، AF و طول عمود، DE ($DZ=1$) و فاصلهٔ شخص راصد تا عمود (مقدار اول)، TE و در موضع دوم، فاصلهٔ چشم راصد تا زمین (طول قامت)، IK و طول عمود، LM ($LN=1$) و فاصلهٔ شخص راصد تا عمود (مقدار دوم)، KM و فاصلهٔ شخص راصد در موضع اول تا فاصلهٔ شخص راصد در موضع دوم (مابین القدمین)، TK باشد. خط فرضی OH را رسم می‌کنیم. طبق استدلال حالت قبل، $HZ=TE$ و HT موازی و مساوی ZE و $IN=KM$ است. بنابراین طبق قسمت قبل دو مثلث HDZ و HAO متشابهند؛ پس $\frac{AO}{DZ}=\frac{OH}{HZ}$ (۱) می‌شود. به طریق مشابه، دو مثلث LNI و AOI متشابهند؛ پس $\frac{AO}{LN}=\frac{OI}{IN}$ (۲) با مقایسهٔ تناسب‌های (۱) و (۲) و با توجه به این‌که $DZ=LN=1$ و طبق قضیهٔ ۱۱ از مقالهٔ ۵ اصول اقلیدس (۳) $\frac{OI}{IN}=\frac{OH}{HZ}$ می‌شود. چون $OH>OI$ است؛ پس طبق قضیهٔ ۱۴ از مقالهٔ ۵ اصول اقلیدس، $HZ>IN$ می‌شود. حال روی پاره‌خط HZ نقطهٔ S را طوری تعیین می‌کنیم که $ZS=IN$ شود. مقدار HS را «فضل مابین‌المقدارین» می‌نامیم. اگر تناسب‌های (۱) و (۲) و (۳) را معکوس و با هم مقایسه کنیم داریم: $\frac{HZ}{OH}=\frac{IN}{OI}=\frac{DZ}{AO}=\frac{LN}{AO}$

طبری در ادامهٔ اثبات فرض کرده است که $DZ=\frac{1}{10}AO$ یعنی (۴) $\frac{DZ}{AO}=\frac{1}{10}$ است. پس $HZ=\frac{1}{10}OH$ و $LN=\frac{1}{10}AO$ و $IN=\frac{1}{10}OI$ است. چون $SZ=IN$ است؛ پس $SZ=\frac{1}{10}OI$ می‌شود.

$$HZ = \frac{1}{10}OH \Rightarrow HS + SZ = \frac{1}{10}(OI + IH) = \frac{1}{10}OI + \frac{1}{10}IH \Rightarrow HS = \frac{1}{10}HI \Rightarrow \frac{HS}{HI} = \frac{1}{10} \quad (۵)$$

از مقایسهٔ رابطه‌های (۴) و (۵) داریم: $\frac{HS}{HI} = \frac{DZ}{AO} \Rightarrow AO = \frac{DZ \times HI}{HS} \overset{DZ=1}{\Rightarrow} AO = \frac{HI}{HS}$ همچنین اگر از O به T وصل کنیم؛ دو مثلث HTO و FOT پدید می‌آید و طبق قضایای ۲۹ و ۲۶ از مقالـهٔ اول اصـول اقلیدس[1] $OF = HT$ می‌شود.

بنابراین ارتفاع جسم مرتفع برابر است با: $AF = AO + OF = \frac{HI}{HS} + HT$

یعنی اگر فاصلهٔ بین دو محل ایستادن را بر تفاضل دو مقدار تقسیم کنـیم و حاصـل را بـا «طـول قامت» جمع کنیم؛ ارتفاع جسم مرتفع به‌دست می‌آید و نیازی به مقـدار فاصـلهٔ شـخص راصـد تـا جسم مرتفع نیست.

به کمک تناسب‌های فوق می‌توان فاصلهٔ شخص راصد تا جسم مرتفع را در موضع اول و موضع دوم نیز به‌دست آورد.

$$\begin{cases} HS = \frac{1}{10}HI \\ HZ = \frac{1}{10}OH \end{cases} \Rightarrow \frac{HZ}{HS} = \frac{OH}{HI} \Rightarrow \frac{TE}{HS} = \frac{TF}{TK} \Rightarrow TF = \frac{TE \times TK}{HS}$$

یعنی اگر مقدار اول را در فاصلهٔ بین دو محل ایسـتادن ضـرب کنـیم و حاصـل را بـر تفاضـل دو مقدار تقسیم کنیم؛ فاصلهٔ شخص راصد در موضع اول تا جسم مرتفع به‌دست می‌آید.

همچنین از رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{OH}{HZ} = \frac{AO}{DZ} \overset{DZ=1}{\Rightarrow} OH = HZ \times AO \Rightarrow TF = TE \times AO$$

یعنی اگر مقدار اول را در مقدار ارتفاع شخص مرتفع تا چشم راصد ضرب کنیم؛ فاصلهٔ شخص راصد در موضع اول تا جسم مرتفع به‌دست می‌آید. از رابطهٔ (۲) نیز داریم:

$$\frac{OI}{IN} = \frac{AO}{LN} \overset{LN=1}{\Rightarrow} OI = IN \times AO \Rightarrow KF = KM \times AO$$

یعنی اگر مقدار دوم را در مقدار ارتفاع شخص مرتفع تا چشم راصد ضرب کنیم؛ فاصلهٔ شخص راصد در موضع دوم تا جسم مرتفع به‌دست می‌آید.

منابع

آقابزرگ تهرانی، الذریعه إلی تصانیف الشیعه، ج۱۳ و ۲۰، بیروت، ۱۹۸۳م.

دانش پـژوه، محمـدتقی، فهرسـت نسـخه‌های خطـی کتابخانـهٔ مرکـزی دانشـگاه تهـران، ج۷، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۳۸ش.

[1]. قضیهٔ ۲۶: هرگاه در دو مثلث دو زاویه از یکی به ترتیب با دو زاویه از دیگری مساوی باشند و ضلع واقع بین دو زاویهٔ مساوی یا مقابل به یکی از زاویه‌های مساوی از یکی با ضلع نظیرش از دیگری مساوی باشد بقیهٔ اضلاع با هم و زاویه‌های باقیمانده نیز با هم مساوی می‌شوند (همو، ص۲۲).

همو و منزوی، علی‌نقی، فهرست کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار، تهران، ۱۳۴۰ش.

درایتی، مصطفی، فهرستوارهٔ دستنوشت‌های ایران (دنا)، ج۱و۶، انتشارات مجلس، تهران، ۱۳۸۹ش.

مدرس رضوی، محمدتقی، احوال و آثار خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، انتشارات اساطیر، چاپ سوم، ۱۳۸۶ش.

مرعشی نجفی، سید محمود، فهرست نسخه‌های خطی کتابخانهٔ بزرگ آیت‌الله مرعشی نجفی، ج۱۳، انتشارات کتابخانهٔ آیت‌الله مرعشی، قم، ۱۳۶۵ش.

منزوی، احمد، فهرستوارهٔ کتاب‌های فارسی، ج۴، مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، تهران، ۱۳۸۲ش.

همو، فهرست نسخه‌های خطی فارسی، مؤسسهٔ فرهنگی منطقه‌ای، تهران، ۱۳۴۸ش.

نفیسی، سعید، تاریخ نظم و نثر در ایران و در زبان فارسی تا پایان سدهٔ دهم، ج۱، تهران، ۱۳۴۴ش.

هیث، تامس ال، اصول اقلیدس، ترجمهٔ محمدهادی شفیعیها، مرکز نشر دانشگاهی، تهران، ۱۳۸۷ش.