

بحثی دربارهٔ پیدایش جبر در دورهٔ اسلامی

مریم روزانسکایا^۱
ترجمهٔ حسین گل مزده^۲



پیدایش جبر در دورهٔ اسلامی (جبر به طور کلی و همچنین به عنوان شاخه‌ای از ریاضیات) معمولاً به رسالهٔ خوارزمی (ح ۷۸۰ تا ۸۵۰ م/ح ۱۶۰-۲۴۰ ق) نسبت داده می‌شود. بر خلاف رسالهٔ حساب او که فقط در ترجمهٔ لاتینی به جا مانده، رسالهٔ جبر وی امروزه در هر دو صورت لاتینی (ترجمهٔ رابرت چستری و گِراردِ کِرمونایی در قرن ۱۲ م/ق) و عربی موجود است. رسالهٔ عربی با نام مختصر فی حساب الجبر والمقابله شامل سه فصل است و فقط یک فصل آن به جبر اختصاص دارد. این متن را می‌توان نخستین متن مرتبط با جبر در تاریخ ریاضیات دانست که در آن مباحث معادلات خطی و

درجهٔ دوم مطرح شده است. بر خلاف روش حساب، به نظر می‌رسد خوارزمی در این رساله از معادلات به عنوان شیوه‌ای از بیان مسئله استفاده کرده است که در آن‌ها اجزای معادله را می‌توان از سمتی به سمت دیگر منتقل کرد.

خوارزمی برای حل مسائل شش دسته معادلات خطی و درجهٔ دوم در نظر می‌گرفت و برای هر یک از الگوریتم واحدی استفاده می‌کرد. خوارزمی از اصطلاحاتی بهره می‌برد که امروزه هم آشنا هستند: مقدار مجهول یا شیء یا ریشه، مجذور مقدار مجهول یا مال، عبارت آزاد یا عدد یا درهم. صورت متعارفی معادلات هم با بهره‌گیری از عملیات جبر و مقابله در هنگام جابجایی مقادیر در طرفین

1. M. M. Rozhanskaya

برای اطلاع از زندگی و آثار او نگاه کنید به مقالهٔ «یادی از مریم روزانسکایا»، س. دمیدوف و همکاران، ترجمهٔ مریم زمانی، در میراث علمی، شمارهٔ ۶ پاییز و زمستان ۱۳۹۳، ص ۱۸۵-۱۸۹.

2. golmojdeh@guilan.ac.ir, h.golmojdeh@gmail.com

معادله تنظیم می‌شد. کلمهٔ «جبر» در عنوان رسالهٔ خوارزمی به زودی برای نامگذاری دانش معادلات به کار رفت. از واژهٔ «مقابله» هم برای کم و زیاد کردن مقادیر در طرفین صورت متعارفی معادله استفاده می‌شد که این امر مستلزم به کارگیری حساب برای تبدیل ضریب جملهٔ بالاترین درجه به واحد بود. همهٔ معادلات، چه خطی، چه درجهٔ دوم، باید به یکی از شش نوع متعارف تبدیل می‌شد. خوارزمی و مؤلفان بعدی شش نوع معادله را به دو دستهٔ مفردات (شامل سه معادله) و مقترنات (آن هم شامل سه معادله) تقسیم‌بندی کردند که در بیان امروزی معادلهٔ دو جمله‌ای و معادلهٔ سه جمله‌ای، یا ناقص و کامل نامیده می‌شوند. در دستهٔ اول هر سه معادله حالت خطی دارند؛ هم برای حالتی که محاسبهٔ مقدار مجهول مورد نظر است و هم حالتی که محاسبهٔ مجذور آن مطلوب مسئله است، البته در معادلهٔ درجهٔ دوم از دستهٔ اول، ریشهٔ صفر برای مسئله‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. ضمناً اگر مقدار مجهول، ریشهٔ یک معادله در نظر گرفته شود پاسخ مطلوب می‌تواند مربع آن نیز باشد. برعکس، با تعیین مربع مقدار مجهول، نویسنده همواره جذر آن مقدار را به دست می‌آورد. این شیوه در همهٔ نوشتارهای جبری ریاضیدانان شرق و غرب در دورهٔ اسلامی دیده می‌شود. پس همهٔ اعضای گروه اول را می‌توان معادلات خطی در نظر گرفت. حل معادلات درجهٔ دوم معمولاً به طور لفظی بیان می‌شود و تعبیر آن در شکل ریشه و رادیکال، با هندسه و روش‌های جبری هندسی قابل اثبات است. پاسخ به این سؤال که منابع رسالهٔ جبر خوارزمی چه بوده‌اند نیست، بر خلاف رسالهٔ حساب که می‌دانیم در آن از منابع هند باستان استفاده شده است. در منابع هندی هیچ نشانی از دستوره‌های هندسی برای حل معادلات درجهٔ دوم و عملیات جبری که مشخصهٔ کار خوارزمی است، دیده نمی‌شود. در آثار جبری دورهٔ اسلامی اثری از مفهوم عدد منفی هم مشاهده نمی‌شود.^۱ در هندسهٔ یونان باستانی نشانه‌هایی از محاسبهٔ ریشه‌های معادلات درجهٔ دوم دیده می‌شود. اما تفسیر جبری خوارزمی کلاً با جبر هندسی اقلیدس متفاوت است. اگر هم فرض کنیم که خوارزمی از جبر هندسی یونان باستان الهام گرفته باشد، به لحاظ صوری آن را بسیار اصلاح کرده است تا برای حل عددی مسائل جبر مناسب باشد. به این گونه از جبر در منابع کهن برنمی‌خوریم.

شاید بتوان خوارزمی را تا حدی تحت تأثیر آثار دیوفانتوس دانست. هر دوی آنان معادلات درجهٔ دوم را به سه صورت متعارف تعریف کرده‌اند. اما مشکل اینجاست که اولین ترجمهٔ عربی از آثار دیوفانتوس پس از نوشتن رسالهٔ خوارزمی انجام شده است و این، احتمال تأثیر مستقیم دیوفانتوس را کم می‌کند.

۱. این مطلب درست نیست. بوزجانی در رسالهٔ حسابش اصطلاح «دین» (به معنی بدهی) را برای عددهای منفی به کار برده است (نگاه کنید به: ابوالقاسم قربانی و محمد شیخان، بوزجانی نامه، انتشارات و آموزش انقلاب اسلامی، تهران، ۱۳۷۱، ص ۲۱۰). - م.ع.

به احتمال قویتر، رساله جبر خوارزمی ریشه در سنت‌های علمی و ریاضی خاور نزدیک و خاورمیانه و مشخصاً کانون‌های اولیه تمدن هلنی، یعنی بابل و یونان باستان دارد. البته هنوز با قطعیت نمی‌توان گفت آیا کشفیات جدید خوارزمی متأثر از این موارد بوده است یا نه؛ ولی می‌دانیم که در زمره نخستین آثاری بود که از ادوار هلنی متأخر به دوره اسلامی منتقل شد و به همین دلیل توانست به عنوان پیشگام محاسبات جبری و معرف جبر به عنوان شاخه مستقلی از ریاضیات مطرح شود.

اما این سنت‌های محاسباتی چه بودند؟ آیا می‌توانیم به جزئیات آن‌ها پی ببریم؟ در دوره اسلامی در مشرق زمین، کاربرد تناسب با سه جمله معلوم و یک مجهول در ریاضیات رواج زیادی داشت. مخصوصاً استفاده از آن در محاسبات سهم الارث بر مبنای شرع اسلام رایج بود. شاید در دوران خوارزمی در خاورمیانه شکل ویژه‌ای از حل معادله سه جمله‌ای موسوم به «قاعدۀ خطائین» برای حل مسائل ریاضی رایج بوده است. این روش حل معادلات به عنوان ساده‌ترین روش حل معادله خطی شناخته می‌شود. «قاعدۀ خطائین» در واقع الگوریتم حل مسائلی است که می‌توانند به صورت خطی درآیند. بعدها این روش به وفور در نوشته‌های ریاضی شرق و غرب سده‌های میانه، در جهان اسلام و در اروپا به کار رفت.

در قرن ۱۲م/۶ق «قاعدۀ موازنه» را می‌توان ردیابی کرد. نخستین کاربرد این قانون به قرن ۶ هجری در مغرب سرزمین‌های عربی بر می‌گردد. ابوزکریا محمد بن عبدالله حصار^۱ این قاعده را به صورت توزین محموله‌هایی برای به دست آوردن وزن مجهول با ترازوی شاهین‌داری که کفه‌هایی به دو طرف بازوی آن آویخته، بیان کرده است. با انتخاب دو وزنه نادرست و سپس برقراری توازن با افزودن مقدار خطا، به ترتیب دو مقدار خطا برای وزن مجهول به دست می‌آید و این دو مقدار «خطا» معیاری برای تعیین وزن مجهول مورد سؤال خواهند بود. در روش حصار از وزنه استفاده نمی‌شود و وزن اشیاء با توزین خود آن‌ها به دست می‌آید. بزرگ‌ترین ریاضیدان مغرب عربی در قرن هفتم هجری، ابن بنای مراکشی^۲ توصیفی از جزئیات روش و طرحی هندسی از ترازوی مربوطه عرضه کرده است. او احتمالاً از قانون موازنه و مبنای هندسی آن آگاه بوده اما آن را اثبات نکرده است. بعد از ابن بنای این روش محاسباتی به طور گسترده در آثار همه ریاضیدانان قرون ۷ تا ۹ هـ به کار رفته است. استفاده از این قانون در موارد زیادی اجتناب‌ناپذیر بود، ولی ابن بنای آن را با مثال‌های عددی تبیین نکرد. در واقع ترازوی کفه‌ای را می‌توان مصداقی از اصل تساوی حاصلضرب طرفین و وسطین در نظر گرفت.

۱. برای اطلاع بیشتر درباره این ریاضی‌دان مغربی نگاه کنید به: ابوالقاسم قربانی، زندگی‌نامه ریاضی‌دانان دوره اسلامی، ص ۴۵۳-۴۵۴.
 ۲. برای اطلاع بیشتر درباره این ریاضی‌دان مغربی نگاه کنید به: ابوالقاسم قربانی، زندگی‌نامه ریاضی‌دانان دوره اسلامی، ص ۱۷-۲۰.

یکی دیگر از جنبه‌های مهم ریاضیات دورهٔ اسلامی، کاربرد نظریهٔ موازنه به عنوان روشی در حل مسائل ریاضی بود. نشان دادیم که قانون «کفه‌های توزین» تا حدی در وزن کردن محموله‌های هم‌وزن تجاری کاربرد داشته است. با کمک وزنه‌ها و فرایند توزین، مسائل مختلفی از قبیل بررسی ترکیب آلیاژها و مخلوط‌ها و بسیاری مسائل و دعاوی دیگر امکان‌پذیر می‌شد.

موارد فوق را می‌توان تا حد زیادی سنت علمی جبر دورهٔ اسلامی در نظر گرفت. اولاً، مفهوم اهرم و موازنه و شکل اصلاح‌شدهٔ آن به صورت وزنه و ترازو بسیار باستانی است و به نظریهٔ پنج ماشین (دستگاه) ساده بر می‌گردد. جبر و مقابله را هم می‌توان شکلی از فرایند توزین در نظر گرفت. در ساده‌ترین حالت ممکن، وزنهٔ یک کفه با مجموع وزنه‌های کفهٔ مقابل برابر می‌شود. مجموع وزنه‌ها جواب مطلوب خواهد بود. در حالتی پیچیده‌تر برای حصول موازنه باید وزنه‌ها را از یک کفه به کفهٔ دیگر جابه‌جا کرد. در اینجا «جبر» همان انتقال وزنه‌ها و «مقابله» همان حصول وزن هم ارز است.

مفهوم ریاضی تعادل و موازنه از طریق مقابله را می‌توان مهم‌ترین (و نه ضرورتاً نخستین) عامل تأثیرگذار بر جبر دورهٔ اسلامی دانست. شاید تأثیر توزین و ترازو تا همین جا بوده و از این به بعد صرفاً الهام‌بخش مفهوم معادلهٔ خطی شده است. شاید ریاضی‌دانی از دورهٔ اسلامی صرفاً معادلات خطی و مفهوم مقدار مجهول را به کار برده و بعدها در معادلات درجهٔ دوم به صورت مال (مربع مجهول) درآمده است. خوارزمی از این مفاهیم در معادلات درجهٔ دوم و خطی استفاده کرده است. به نظر می‌رسد که حل معادلات درجهٔ دوم با توجه به شواهد هندسی بوده که قبلاً اشاره شد و ظاهراً با جبر هندسی یونان باستان مرتبط است. با آن که روش خوارزمی به روش اقلیدس نزدیک است، تفاوت‌های مهمی هم در این میان وجود دارد.

روش استدلالی و عرضهٔ نتایج توسط این دو ریاضی‌دان کاملاً متفاوت است. پس می‌توان گفت خوارزمی تحت تأثیر هندسهٔ یونان بوده اما شکلی تغییر یافته از آن را برای ایجاد جبر عددی به کار برده است و این اساس پیدایش زبان علمی عربی بر مبنای سنت باستانی ریاضی بوده است. اگر بخواهیم به طور ویژه به منشأ «جبر» خوارزمی بپردازیم باید توجه کنیم که نظریهٔ تعادل و موازنه، نظریهٔ پنج ماشین (دستگاه) ساده و قانون تناسب به صورت «قانون کفه‌های توزین» و هندسهٔ جبری یونانی در شکل اصلاح‌شدهٔ آن می‌تواند به عنوان منابع جبر خوارزمی مطرح شد.