رسائل

ترجمهٔ رسالهٔ جبر و مقابلهٔ نصیرالدین طوسی

از قاسم علی قائنی

محمد مهدی کاوه یزدی[1]

مقدمه

خواجه نصیرالدین طوسی در سال ۶۶۷ق رسالهٔ مختصری به عربی با نام رسالة في الجبر والمقابلة در زمینهٔ جبر و مقابله در دو باب و چند فصل نگاشته است. باب اول به عملیّات ریاضی همچون جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، تضعیف و تنصیف اعداد مطلق و کسری و باب دوم به جبر و مقابله اختصاص دارد. در پایان، بیست مسئله در زمینهٔ حل معادلات جبری، علم فرائض و هندسه آورده و آنها را حل کرده است. بعضی از این مسائل در کارهای پیشینیان وی نیز دیده می‌شود. این رساله را قاسم علی قائنی از ریاضی‌دانان و منجمان قرن یازدهم هجری و از شاگردان فرزند نوهٔ محمد باقر یزدی به فارسی ترجمه و همزمان شرح کرده است. دو شرح دیگر از این رسالهٔ طوسی نیز موجود است.

رسالهٔ جبر نصیرالدین طوسی

رسالة في الجبر والمقابلة که با نام‌های حساب، الحساب، رسالة في الحساب و رساله در حساب نیز در منابع و فهرست‌ها آمده، به صورت خیلی مختصر در زمینهٔ مبحث جبر و مقابله است و طوسی آن را در سال ۶۶۷ ق، در سفر دومش به خراسان، در قائن از توابع قُهِستان به عربی در دو باب نگاشته است.[2]

باب اوّل در بارهٔ قواعد حساب، شامل یک مقدّمه و چهار فصل است. در مقدمهٔ این باب ابتدا به تعریف عدد مطلق، کسر و نسبت پرداخته و سپس اعمال جمع، تفریق، ضرب، تقسیم، تضعیف و تنصیف را برای اعداد مطلق به اختصار بیان کرده است.

---

۱. کارشناس ارشد تاریخ ریاضیات mahkavyzd@yahoo.com

۲. در پایان نسخهٔ شمارهٔ ۴۰۶۴/۲ کتابخانهٔ آیت الله العظمی مرعشی نجفی (ره) چنین آمده است: «فرغ المصنف طاب مثواه وجعل الجنة مأواه، في غرة محرم الحرام سنة ۶۶۷ [ق] ببلدة قائن ...»

فصل اوّل رساله در نوشتن اعداد و بیان اعمال است. طوسی در این فصل در مورد نوشتن اعداد صحیح و مرتبه‌های آن صحبت کرده و سپس اشاره می‌کند که اگر اعداد صحیح به صورت مطلق استفاده شوند حالت افزایش دارند و اگر معکوس آنها در نظر گرفته شود، حالت کسری دارند و برای کاستن از آنها استفاده می‌شود.

فصل دوم در قوانین اعمال است. در این فصل چگونگی انجام اعمال مختلف توضیح داده شده است. از جمله طوسی اشاره می‌کند که اگر در تفریق دو عدد امکان کم کردن دو رقم در یک مرتبه نبود، مرتبهٔ بالاتر آن رقم را به مرتبهٔ پایین‌تر تنزل می‌دهیم تا امکان تفریق باشد و به این ترتیب عمل قرض گرفتن را در تفریق توضیح می‌دهد. در مبحث ضرب اشاره می‌کند که برای ضرب اعداد دارای چندین مرتبه، لازم است که هر مرتبهٔ یک عدد را در مرتبه‌های عدد دیگر ضرب کنیم. در پایان هم به تعداد مراحل عمل تقسیم عدد چند رقمی بر چند رقمی اشاره می‌کند و می‌گوید: «تعداد مراحل تقسیم برابر است با تفاضل تعداد مراتب مقسوم و مقسوم علیه به علاوهٔ یک».

فصل سوم در مورد کسرها و چگونگی انجام هر یک از اعمال مختلف بر آنها است. طوسی برای جمع شش حالت و برای تفریق هفت حالت در نظر گرفته و اشاره می‌کند در حالتی که دو کسر با مخرج‌های متفاوت وجود دارد، احتیاج به مخرج مشترک گرفتن است.

طوسی چگونگی عمل تضعیف و تنصیف اعداد صحیح، اعداد کسری و اعداد مخلوط را نیز شرح داده است. وی در مورد تضعیف کسرها بیان می‌کند که اگر مخرج کسر عدد زوج باشد، آن را نصف وگرنه صورت آن را دو برابر می‌کنیم. در مورد تنصیف کسرهای مخلوط هم توضیح داده که ابتدا آنها را به شکل کسر واحدی در آورده و سپس صورت آن را نصف یا مخرجش را دو برابر می‌کنیم.

طوسی در مورد ضرب اعداد (مطلق و کسری) مانند جمع شش حالت در نظر گرفته ولی برای تقسیم آنها نه حالت آورده است. وی برای تقسیم اعداد مخلوط، ابتدا آنها را به شکل کسر واحدی در آورده و پس از یکسان نمودن مخرج‌ها، صورت مقسوم را بر صورت مقسوم علیه تقسیم نموده است.

فصل چهارم راجع به مراتب اموال و کعب‌ها است و با تعریف جذر، مال و کعب آغاز می‌شود. وی ضرب $a \times a^2$ را کعب و حاصل آن، a^3، را مکعب می‌نامد. سپس مراتب مختلف دیگر نظیر مال مال، مال کعب و ... را تشریح می‌کند. طوسی در ضمن بیان چند قاعدهٔ کاربردی مثال‌هایی نیز می‌آورد تا مطلب برای خواننده روشن شود.

عنوان باب دوم رساله که موضوع اصلی آن است، استخراج مجهول (حل معادله) می‌باشد. این باب مشتمل بر دوازده فصل است.

فصل اوّل در مورد تناسب و چگونگی پیداکردن جزء چهارم آن است. وی دو نوع تناسب در نظر می‌گیرد. تناسب پیوسته که دارای سه جزء است و برای پیداکردن مجهول دو حالت در نظر می‌گیرد:

اول اینکه مجهول یکی از طرفین باشد و دوم اینکه مجهول جملهٔ وسط باشد. تناسب دیگر، تناسب گسسته با چهار جزء است. وی در هر دو مورد از قضیهٔ ۱۶ مقالهٔ ششم اصول اقلیدس برای پیداکردن مجهول استفاده می‌کند.

فصل دوم راجع به مقدّمات علم جبر و مقابله است. طوسی پس از بیان تعریف شیء[۱]، مال[۲] و معادله به معرفی انواع شش گانهٔ معادلات می‌پردازد. او مانند گذشتگان معادلات را به دو دستهٔ مفردات و مقترنات تقسیم می‌کند.

طوسی در انتهای این مبحث اشاره می‌کند که: «بعضی از متأخرین به کعب اعتبار داده و آن را در معادلات وارد کرده‌اند و به این ترتیب معادلات درجهٔ سوم حادث شده و تعداد مسائل به ۲۵ رسیده است؛ ولی این معادلات به‌ندرت مورد استفاده قرار می‌گیرند. سپس اشاره می‌کند که اگر مال مال و کعب مال و سایر اجناس را در معادلات دخالت دهیم تعداد آنها نامتناهی خواهد شد».

فصل سوم و چهارم در مورد جمع و تفریق عبارت‌های جبری است. طوسی می‌گوید که برای جمع جبری دو عبارت باید جملات هم جنس[۳] را با هم جمع (یا تفریق) نمود و جملاتی که نظیر ندارند، به همان صورت در حاصل ظاهر می‌شوند. سپس به رابطه‌هایی برای جمع جبری عبارت‌های گنگ اشاره می‌کند و در مورد آن مثالی می‌آورد.

فصل پنجم و ششم در مورد تضعیف و تنصیف است. در این قسمت رابطه‌هایی برای تضعیف و تنصیف آورده شده است.

فصل هفتم در مورد ضرب عبارت‌های جبری است. طوسی ابتدا به ضرب جملات منفی و مثبت اشاره می‌کند و برای آنها سه حالت در نظر می‌گیرد: حاصل ضرب جملهٔ مثبت در مثبت و منفی در منفی، مثبت است و حاصل ضرب جملهٔ مثبت در منفی، منفی است. سپس به دو رابطهٔ جبری اشاره می‌کند.

در فصل هشتم که در مورد تقسیم عبارت‌هاست، تقریباً همان موضوعات فصل ضرب، ولی برای عمل تقسیم، تکرار می‌شود.

موضوع مورد بحث فصل نهم، جبر و مقابله است که به تعریف این دو عمل و مثالی در مورد آنها بسنده می‌شود.

فصل دهم در مورد ردّ و تکمیل است که پس از بیان چگونگی این دو عمل مثالی در هر مورد آورده شده است.

۱. ریاضیدانان مسلمان مجهول را شیء می‌نامیدند.

۲. ریاضیدانان مسلمان توان دوم مجهول را مال و توان سوم آن را کعب و توان چهارم آن را مال مال و ... می‌نامیدند.

۳. منظور همان جملات متشابه است که از نظر انواع متغیر و درجه متغیرها یکسان هستند.

فصل یازدهم در مورد مسائل شش‌گانهٔ جبری است. در این فصل هر یک از انواع معادلات مفرده و مقترنه و چگونگی حل آنها همراه با ذکر مثالی آورده شده است.

در فصل دوازدهم بیست مسئله طرح شده که به روش جبر و مقابله حل شده‌اند. مسائل ۱ تا ۷ این مجموعه در زمینهٔ جبر و مقابله و حل معادلات و مسائل ۸، ۹، ۱۳، ۱۶، ۱۷، ۱۹، ۲۰ در زمینهٔ معاملات و مسائل ۱۰، ۱۱ و ۱۲ در مورد علم فرائض و مسائل ۱۴، ۱۵ و ۱۸ در زمینهٔ هندسه است. مسائل هندسی به کمک قضیهٔ فیثاغورس (قضیهٔ ۴۷ مقالهٔ اوّل کتاب اصول اقلیدس) که به «قضیهٔ عروس» معروف بوده، حل شده است. مشابه این مسئله‌ها در کار ریاضی‌دانان قبلی نیز وجود دارد که در قسمت پی‌نوشت‌ها، توضیحات لازم داده شده است.

نسخه‌های خطی رساله

شیخ آقابزرگ طهرانی در الذریعة إلیٰ تصانیف الشیعة (طهرانی، ج۵، ص۸۷) می‌گوید نسخه‌ای خطی از این رساله نزد سید ابی القاسم خوانساری در نجف است. در جای دیگر کتاب (ج۷، ص۷) از این رساله با عنوان کتاب الحساب نام برده است.[۱]

طاش کبری‌زاده در کتاب مفتاح السعادة(ج۱، ص۳۶۹) و حاجی خلیفه در کتاب کشف الظنون(ج۲، ستون ۱۴۳۶) به کتابی با نام الظفر در جبر و مقابله از تألیفات طوسی اشاره می‌کنند. چون در این دو کتاب اشارهٔ دیگری به خصوصیات این اثر از جمله: کاتب، تاریخ کتابت، آغاز، انجام و محل نگهداری آن نشده است معلوم نیست که آیا الظفر با این رساله یکی است یا نه (مدرس رضوی، ص ۳۸۴). با توجه به فهرست نسخه‌های خطی موجود در کتابخانه‌های ایران (درایتی، ج۳، صص۶۲۲-۶۲۳؛ ج۴، ص ۶۲۶) و سایر کشورها (روزنفلد و احسان اوغلو، ص ۲۱۵)، چندین نسخه از این رساله در ایران و خارج از ایران شناخته شده است که از کهن‌ترین آنها نسخهٔ شمارهٔ ۴۰۶۴/۲ کتابخانهٔ آیت اللّه مرعشی نجفی (ره) است.

این رساله در نشریهٔ شمارهٔ ۳۱۱ دانشگاه تهران به اهتمام آقای اکبر دانا سرشت (گویا بر اساس نسخهٔ شمارهٔ ۲۴۵۲/۵ دانشگاه تهران) چاپ سربی شده است (مشار، ج۱، ستون ۴۷۹). همین متن در سال ۱۳۳۵ هـ.ش به مناسبت هفتصدمین سال تولد طوسی، به صورت کتابی جداگانه توسط دانشگاه تهران منتشر شده است. این متن شامل باب اوّل و قسمتی از باب دوم رساله است و مسائل پایان رساله را ندارد.

۱. نویسندهٔ فهرست نسخه‌های خطی کتابخانهٔ مجلس شورای ملی معتقد است که این رساله از آن طوسی نیست (فهرست کتب خطی کتابخانهٔ مجلس شورای ملی، ج ۷، ص ۱۰۸).

ترجمه‌ای از رسالة في الجبر والمقابلة همراه با شرح مطالب توسط قاسم علی قائنی[1] که از شاگردان محمد حسین بن محمد باقر بن زین العابدین یزدی (فرزند نوهٔ محمد باقر یزدی ریاضی‌دان قرن ۱۱هـ) بوده[2]، انجام شده است. نسخهٔ منحصر به فردی (منزوی، ج۴، ص ۲۶۳۰) از این رساله در کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران به شمارهٔ ۱۳۱۹/۲ موجود است (دانش‌پژوه، ج۷، ص ۲۶۳۶). این نسخه در ۱۱ شوال سال ۱۰۸۲ هـ.ق توسط کاتبی ناشناس کتابت شده است و از پشت برگ ۴۲ شروع و تا پشت برگ ۹۶ ادامه دارد. نوع خط آن در قسمت‌های مختلف متفاوت است. در این متن مطالب شرح با کلمهٔ «توضیح» آغاز می‌شود. در چند موضع نیز اشعاری در مورد مطلب مورد بحث در حاشیهٔ نسخه آمده است که بعضی از آنها با امضای «عبدالصمد» است و بعضی با امضای «قاسم علی». لذا شاید کاتب نسخه، شخصی به نام «عبدالصمد» باشد.

در فصل‌های اوّل و دوم باب اوّل پس از ترجمهٔ متن عربی توضیحات مختصری در مورد هر مطلب عرضه شده است.

فصل سوم باب اوّل شامل شرحی مفصل همراه با مطالب متنوع و مفید در زمینهٔ حساب است. قائنی برای ضرب اعداد صحیح سه حالت در نظر گرفته است: مفرد در مفرد، مفرد در مرکب و مرکب در مرکب. وی برای ضرب مرکب در مرکب از شبکه استفاده کرده است.

می‌دانیم که برای جمع و تفریق اعداد کسری در بعضی موارد هم مخرج کردن کسرها لازم می‌شود. نویسنده برای این کار وارد بحث کلی در مورد رابطهٔ اعداد نسبت به هم شده و برای آن چهار حالت در نظر گرفته است که عبارتند از: اعداد متداخل، متشارک، متباین و متماثل (که در کتاب‌های ریاضی‌دانان قبل نیز آمده است). وی پس از تعریف هر حالت مثالی در مورد آن آورده و بعد از آن به مبحث تحویل کسرها به یکدیگر پرداخته و در پایان چند قاعده بیان کرده است. از جملهٔ قواعدی که در این فصل آمده تعداد اعداد طبیعی بین هر عدد و مربع و مکعب آن است.

---

۱. قاسم علی قاینی (و حدود ۱۰۷۲ ق)، ریاضیدان و اخترشناس شیعی ایرانی است. وی از شاگردان محمد حسین بن محمد باقر یزدی و شیخ احمد تونی است که در ۱۰۶۴ق از شیخ احمد اجازهٔ روایت گرفت. از آثارش: ترجمه و شرح جبر و مقابله از خواجه نصیرالدین طوسی، رساله در معرفت اسطرلاب، رسالهٔ قبله، مطلع الحکم، مطلع هیلاج، مناظر و مرایا، معرفت تقویم، رسالة في حدوث الاسماء، ذخیره در حروف، جفر صغیر و کبیر، رسالهٔ اسطرلاب زورقی، حاشیه بر تشریح در پرگار از عبدالعلی بیرجندی، جامع الانوار در اخترشناسی (دائرةالمعارف تشیع، ج ۱۲، ص ۵۴۶). در آغاز رساله‌ای از وی به نام اسطرلاب که نسخه‌ای از آن در کتابخانهٔ مسجد سپهسالار تهران نگهداری می‌شود چنین آمده است: «... اما بعد، الفقیر الحقیر الی اللّه الغنی قاسم علی قاینی مدت مدید بود که در طلب آموختن صنعت اسطرلاب سعی و به قدر وسع خود از استاد مولانا محمد حسین بن مولانا شمس الملة والدین محمد باقر یزدی، نوراللّه قبره، فراگرفت ...» (فهرست سپهسالار، ج ۳ ، ص ۱۳۰). دربارهٔ او (آثار دیگر و نسخ خطی آثارش) نیز بنگرید به بزرگان قائن، سید محسن سعیدزاده، ج۱، ۱۳۶۹، قم، ص ۲۹۸-۳۰۶.

۲. لازم به ذکر است که احمد منزوی در فهرستوارهٔ کتاب‌های فارسی (ج ۴، ص ۲۶۳۰) قاسم علی قائنی را شاگرد محمد باقر بن زین العابدین یزدی (زنده در ۱۰۴۷ق) دانسته و دورهٔ زندگی او را قرن نهم هجری ذکر کرده که هر دو نادرست است. قاسم علی قاینی شاگرد محمد حسین بن محمد باقر بن زین العابدین یزدی (قرن یازدهم هجری) بوده، که فرزند محمد باقر بن زین العابدین یزدی است.

قائنی در فصل چهارم باب اوّل در مورد استخراج جذر اعداد اصم نیز به قاعده‌ای اشاره کرده و پس از آن مثالی آورده است. وی به کمک این قاعده جذر عدد ۲۰ را تا سه رقم اعشار محاسبه کرده است.

قائنی در باب دوم پس از بیان معادلات مفردهٔ اوّل و سوم، برای هر کدام یک مسئله و در مورد معادلهٔ مقترنهٔ اوّل نیز یک مسئله آورده است تا روش حل آنها را به کمک معادلات فوق شرح دهد. این مسائل در رسالهٔ طوسی نیامده‌اند.

نویسنده از بیست مسئله‌ای که در رسالهٔ جبر و مقابلهٔ طوسی آمده است، به حل و شرح دوازده مسئله پرداخته و علت آن را تشابه بین مسائل دانسته و از آوردن بقیهٔ آنها چشم‌پوشی کرده است؛ ولی چندین مسئلهٔ دیگر را اضافه کرده که بعضی از آنها را از کتاب الشمسیة في الحساب تألیف نظام اعرج نیشابوری نقل کرده است. در اینجا مسئله‌های حذف شده از اصل عربی ترجمه و توضیحات و مسائل افزودهٔ قائنی حذف شده است.

از ویژگی‌های دیگر این رساله آن است که علاوه بر روش جبر و مقابله که در متن رسالهٔ طوسی هست، در مورد دو روش دیگر حل مسائل جبری بحث شده است: یکی روش خطأین و دیگری روش تحلیل و ترکیب (تعاکس) که همراه با مثال آورده شده است.

قائنی در انتهای رساله بابی دربارهٔ فرائض (تقسیم ارث) افزوده و اعداد تام، زاید، ناقص و متحابه را معرفی و به کاربرد این اعداد در جفر اشاره کرده است. وی می‌گوید: «ما رساله به انفراد در علم جفر و اعداد تألیف کرده بودیم[1] و ذکر اعداد متحابه در آنجا کرده، اما استخراج آن‌ها نشده. بنابراین در اینجا آن را با اعداد تامه و زاید و ناقص، که آن‌ها در اینجا به کار آید، ذکر کردیم». در اینجا مباحث افزودهٔ قائنی را نیاورده‌ایم.

دو شرح دیگر بر رسالهٔ جبر طوسی به زبان فارسی شناخته شده است که یکی توسط سید ابوالمعالی بن بدر الدین حسن استرآبادی غروی حسینی و دیگری توسط مؤلفی ناشناس نوشته شده است.

تصحیح ترجمهٔ رساله

چون این رساله منحصر به فرد است، برای تصحیح آن از روش قیاسی استفاده شده است. در پانویس‌ها هم این نسخه با شناسهٔ «ق» مشخص شده است. چند تصحیح املایی در این متن صورت گرفته است. یکی اینکه کلماتی که به صورت سرهم نوشته شده بودند، به صورت املای امروزی نگارش یافته‌اند. مثلاً حرف «ب» معمولاً به کلمهٔ بعدی وصل شده که در تصحیح جدا شده است. واژه‌هایی چون «جهة» و «ثلثة» به صورت «جهت» و «ثلاثة» درآمده است.

۱. منظور رساله‌های جفر صغیر و کبیر است.

اصلاحاتی نیز لازم بود که از نظر مفهومی و ریاضی انجام شود که این کار صورت گرفته و توضیحات در پانویس آمده است. همچنین جداول و شکل‌ها اصلاح شده‌اند. در متن نسخه در بعضی موارد پایان یک بحث با حرف «م» مشخص شده که در پانویس آمده است. نویسنده کلمات عربی بسیار به کار برده که تا حدی درک متن را برای خوانندهٔ فارسی زبان سخت نموده است. به همین منظور در پانویس معنی این کلمات آورده شده است. افتادگی‌های متن درون علامت قلاب آمده است. مطالب تکراری یا اضافی در پانویس با علامت «+» مشخص شده است. نویسنده شرح متن را با واژهٔ «توضیح» آغاز کرده که در اینجا شرح قائنی از متن اصلی حذف شده است.

[ترجمهٔ رساله]

بسم الله الرّحمٰن الرّحیم وعلیه توکّلی

الحمدللّه رب العالمین والصّلٰوة علیٰ نبیه وآله الطّاهرین.

اما بعد، المحتاج علیٰ قاسم الارزاق قاسم علی قائنی رسالهٔ جبریه، از تصانیف نصیرالملّة و الدّین شیخ الطوسی، به نظر آورد که جهت بعض اصدقاء در مسائل حسابیّه که محتاج إلیه محاسب بود در بعض اعمال و به سوی او گردد در استخراج مجهولات عددی به طریق جبر و مقابله، تألیف نموده بود. و خواست از جهت بعض احبا آن را به فارسی مترجم کند، چنانچه به منزلهٔ شرح و متن گردد تا حاصل شود از آن مقصود هر یک از طالبان آن. و فرق میان متن و شرح اشاره به لفظِ توضیح شود؛ واللّه الموفق والمعین.

و این رساله مشتمل است بر مقدّمه و دو باب و هر باب مشتمل بر چند فصل.

باب اوّل[1]: در قواعد حسابیّه

آنکه عدد مطلق صحیح بود و عدد مضاف[2] به سوی اکثر از خود، کسر بود و مضاف إلیه مخرج.

مثلاً اثنان عدد صحیح بود. و گویند دوی از سه، درین وقت، اوّل کسر بود و ثانی مخرج، و برین قیاس.

و زیاده کردن عددی بر عددی دیگر، جمع بود. و اگر زیاده بر مثل بوده، تضعیف بود. اگر زیاده احد آن‌ها به عدهٔ آحاد دیگر بوده، آن را ضرب گویند، و اوّل را مضروب و ثانی را مضروب [فیه]. و ضرب عدد را در مثل او تربیع و در مربّع، تکعیب.

---

۱. ق: مقدّمه.

۲. مضاف = نسبت داده شده (لغتنامه دهخدا، ذیل واژهٔ مضاف).

و نقصان عددی از عددی دیگر، تفریق بود. و اگر به سوی مثلین شود، تنصیف؛ و اگر بـه سـوی امثال بود، قسمت. و درین، این عدد را مقسوم گویند و عدد امثال را خارج قسمت و یکی از امثال را مقسوم علیه. و همچنان که زیاده شدن عدد در مقابل نقصان و جمع در مقابل تفریق و تضـعیف در مقابل تنصیف، باید که ضرب در مقابل [قسمت] بود.

فصل اوّل: در ضبط اعداد و ذکر اعمال[1]

آنکه صحاح اعداد در تزاید و کسور آن‌ها در تناقص به نحو که به حد وقوف رتبـه از منـازل نیابنـد و منازل مکرر گردد جهت ضبط آحاد و عشرات و مآت. و همچنین تکرار منازل به انضمام لفظ الـوف بود به سوی آن‌ها در صورت تزاید اعداد؛ چنانکه گویند آحاد الوف و عشرات الـوف و مـآت الـوف. پس تضاعف الوف و تکرار آن وقتی بود که اعداد در تزاید بود و این وقتی بود که اطلاق اعداد متزاید کند و اگر نسبت دهند واحد را به سوی الفاظ مکرر، در تناقص بود.

و در ابواب که زیادتی عدد مراد بود، مثل جمع و تضعیف و ضرب، وقوع کسر نبود. و همچنـین در تفریق. و گاه در تنصیف، وقوع کسر بود، یعنی نصف و آن وقتـی بـود کـه عـدد فـرد باشـد. و در قسمت کسر بود که آن باقی ماند بعد از نقصان امثال از مقسوم. و آن باقی اقل بود از مثل که آن کسر بود. و منسوب به سوی عدد امثال.

مثلاً هرگاه مقسوم سیزده بود و مقسوم علیه سه، که آن را نقصان کنند از مقسوم چهار مرتبه؛ پـس امثال چهار بود و باقی یک، که آن را نسبت دهند به یکی از امثال. و بعـد از آن، آن را ضـمّ کننـد بـه عدد امثال، یعنی چهار. پس خارج قسمت چهار و ثلث بود.

و بدان که نسبت واحد به سوی مضروب مثل نسبت مضروب فیه بود به حاصل ضرب. و نسـبت واحد به سوی مقسوم علیه مثل نسبت خارج قسمت بود به سوی مقسوم. پـس هرگـاه قسـمت کننـد حاصل ضرب را بر مضروب بیرون آید بعد قسـمت مضـروب فیـه. و بـالعکس هرگـاه ضـرب کننـد مضروب را در مضروب فیه و یا بالعکس، بیـرون آیـد حاصـل ضـرب. و از آنجاسـت کـه ضـرب و قسمت متقابلین باشند؛ به جهت آنکه عمل هر یک به عکس عمل دیگر باشد.

فصل دویم: در ضوابط اعمال

و آن چنان بود که با ما چند منزل بود و اراده کنیم عمل هر یک را؛ اما زیاده کنیم هر منزلی را بـر نظیر آن منزل در جمع؛ و نقصان کنیم از نظیر آن منزل در تفریق؛ و تضعیف کنیم هر منزلـی را علـی حده در تضعیف؛ و تنصیف کنیم هر منزلی به تنهایی در تنصیف. اما اگـر تجـاوز کنـد در زیـاده از

۱. ق: + باب اوّل؛ که مشتمل بر چند فصل است..

عقد آن منزل، به عقد منزل مافوق برده. و اگر احتمال نقصان عقد از منزلی نبود، عقـد منـزل مـافوق منحط گردد به سوی منزل دیگر.[۱]

اما در ضرب منازل یعنی ضرب منزل در منزلی، حاصل ضرب بود در منزلی که نسبت آحـاد بـه سوی یکی از آن دو منزل مثل نسبت منزل دیگر باشد به سوی منزلی [که] حاصل شود.

مثلاً هرگاه ضرب کنند مآت را در الوف، حاصل ضرب مآت الـوف بـود. جهـت آنکـه مـآت در ثالث منازل بود از آحاد و الوف در رابع آحاد. و ثالث الوف یا رابع مآت باید که مآت الوف بود.

اما در قسمت باید که نسبت آحاد به سوی منزل خارج قسمت مثل نسبت منزل مقسوم علیه بـود به سوی منزل مقسوم.

مثلاً هرگاه قسمت کنند الوف را بر مآت، و الوف در ثانی منازل بود از مآت؛ پس باید کـه خـارج قسمت در ثانی منازل آحاد بود که آن عشرات است.

اما اگر با ما منازل متعدد بود و درخواهیم ضرب کنیم در منازل دیگر، باید کـه ضـرب کنـیم هـر منزلی را از مضروب در هر منزلی را از مضروب فیه. پس واقع شود در این عمل چند ضرب که آن به عدهٔ حاصل ضرب عدهٔ منازل مضروب بود در عدهٔ منازل مضـروب فیـه. و اگـر قسـمت کنـیم عـدهٔ منازل را بر عدهٔ منازل دیگر، باید که مراتب قسمت زیاده باشد بر واحد که به عدهٔ فضل عـدهٔ منـازل مقسوم بود بر عدهٔ منازل مقسوم علیه.

فصل سیم: در انواع اعمال و ضوابط کسر

اما انواع جمع در آن شش است. جمع صحیح بود با صحیح، یا جمع کسر با کسر، یـا کسـر بـا صحیح، یا صحیح و کسر با صحیح، یا صحیح و کسـر بـا کسـر، یـا صـحیح و کسـر بـا صـحیح و کسر.[۲]

اما در نوع ثانی و خامس و سادس احتیاج به تجنیس مخرج بود. یعنی ضرب کـردن هـر یـک از مخرجین در کل واحد از کسرین، اما به نحو تبادل و وضع کردن کل واحد از حاصل ایـن دو ضـرب در مکان کسر که مضروب فیه است؛ و بعد از آن ضرب مخرج در مخرج جهت مخرج مشترک.

مثلاً اراده کردیم که جمع کنیم ثلثین با ثلاثه اربـاع. تجنـیس مخـرج ثلثـین و مخـرج سـه ربـع کردیم؛ به آن نحو که إثنان از ثلاثه را و ثلاثه از أربعه را ضرب کردیم در مخرج هر یک اما به تبـادل؛ یعنی ثلاثه که مخرج ثلث است، در صورت کسر که سه است؛ و در موضع کسر گذاشـتیم. بعـد از آن أربعه را که مخرج ربع است، در صورت کسر که دو اسـت، ضـرب کـرده؛ حاصـل را در موضـع کسر گذاشتیم. بعد از آن ضرب کردیم مخرج را در مخرج؛ حاصل شد مخـرج مشـترک. پـس أحـد کسرین هشت بود و کسر دیگر نه. بعد از آن جمع کردیم کسرین را که آن هفده بود. و اسقاط کردیم ازو مثل مخرج مشترک، باقی ماند پنج. پس حاصل جمع واحد و ثلث و نصف سدس بود.

اما تفریق که آن هفت نوع بود. اوّل تفریق صحاح از صحاح و کسر از کسر و کسر از صحاح و صحاح از صحاح و کسر و کسر از کسر و صحاح و صحاح و کسر از صحاح و صحاح و کسر از صحاح و کسر.[۳]

امّا احتیاج به تجنیس مخرج بود در نوع ثانی و خامس و سابع. پس نقصان کنند صحاح را از صحاح، اگر ممکن بود. و کسر را از کسر، اگر ممکن بود. و إلّا از مقدار صحاح منقوص واحدی [کم کنند] و زیاده کنند مخرج را بر کسر منقوص فیه. و بعد از آن نقصان کسر منقوص از مجموع کنند. آنچه باقی ماند کسر بود، نسبت دهند به سوی مخرج مشترک. و اما[۱] در نوع ثالث و سادس اسقاط واحد از صحاح منقوص فیه کنند و نقصان کسر منقوص از مخرج آن کسر. پس باقی کسر بود از منقوص فیه جهت مخرج بعینه.

اما در تضعیف که آن سه قسم بود: اوّل تضعیف صحاح، دویم کسور، سیم تضعیف صحاح و کسور.

طریقش آنکه: تنصیف مخرج کند، اگر زوج بود. و تضعیف کسر، اگر مخرج فرد بود. و بعد از آن ببینند که اگر زیاده بر مخرج شود، از آن مثل مخرج را واحد گیرند و باقی را به مخرج نسبت دهند.

اما تنصیف که نیز دو نوع بود: یعنی تنصیف صحاح و کسور یا با هم. باید که تنصیف کسر کنند، اگر زوج بود و إلّا که تضعیف مخرج کنند. و حاصل تنصیف همان کسر منصوب به مضاعف مخرج بود. و اگر با کسر، صحیح باشد واحدی ازو نقصان کنند و زیاده کنند مثل مخرج را بر کسر بدل از واحد مسقط.

اما ضرب که آن شش بود مثل انواع جمع. ضرب صحاح در صحاح و ضرب کسور در کسور که آن به تألیف اجزاء آن‌ها بود با آن دیگر. مثلاً ضرب نصف در ثلث، حاصل نصف الثلث بود. و ثلث در ربع، ثلث ربع.

مثلاً خواستیم نصف را در ثلث ضرب کنیم. نصف ثلث شد. و در ضرب ثلث در ربع ثلث ربع شد.[۴]

اما در ضرب کسر در صحاح باید که تکریر کسر کنند به عدۀ آحاد صحاح؛ و همچنین بود در ضرب صحاح در کسر. و اما در ضرب صحاح و کسر در صحاح و کسر چهار ضرب باید کرد: صحاح در صحاح و صحاح در کسر و کسر در صحاح و کسر در کسر. و اگر خواهند تجنیس صحاح و کسر کنند که در جانب مضروب و مضروب فیه بود، باید که ضرب صحاح در مخرج کسر کرده با کسر جمع کنند. بعد از آن ضرب مجنس مضروب در مجنس مضروب فیه کنند و قسمت این حاصل را بر عدد که حاصل شود از ضرب احد مخرجین در آن دیگر [کنند]. اما اگر در طرف

۱. ق: الا.

صحیح باشد، پس یا کسر باشد، پس احتیاج به تجنیس طرفین نبود، بلکه عدد را در مخرج که با کسر است، ضرب کنند یا در مخرج موجود و حاصل را بر مخرج قسمت کنند. پس خارج قسمت یا حاصل نسبت حاصل ضرب بود.

[اما تقسیم] که آن نُه نوع بود:

اوّل صحاح بر صحاح یا صحاح بر کسور یا صحاح بر صحاح و کسور یا کسور بر صحاح یا کسور بر کسور یا کسور بر صحاح و کسور یا [صحاح و کسور بر صحاح یا] صحاح و کسور بر کسور یا صحاح و کسور بر صحاح و کسور.[۵]

طریقه در این‌ها آن بود که تجنیس مخارج کنند، اگر در طرفین باشند. و تجنیس صحاح و کسور در یک طرف، تا جمع کسر شوند؛ یعنی مقسوم و مقسوم علیه. پس کسور را دو صنف بود از مخرج واحد آن چنان که صحاح را دو صنف بود. بعد از آن قسمت کنند مقسوم را بر مقسوم علیه. پس خارج قسمت صحاح بود. و باقی اگر بود، اقل بود. کسوری بود که مخرج آن‌ها مقسوم علیه بود. پس مجموعِ صحیح و کسر خارج قسمت بود.

فصل چهارم: در مراتب اموال و کعوب

هر عددی را در مثلش ضرب کنند، آن را **جذر** گویند؛ و حاصل را **مجذور** و **مربّع** و **مال**. و هرگاه جذر را در مال ضرب کنند، او را **کعب** و حاصل را **مکعّب** گویند. و گاه بود که مکعّب را کعب گویند. و هرگاه کعب را در مکعّب ضرب کنند، حاصل را **مال المال** گویند. و هرگاه جذر را در مال المال ضرب کنند، حاصل **مال الکعب** بود. و بعد از آن **کعب الکعب** و بعد از آن **مال مال الکعب** و بعد از آن **کعب کعب الکعب** و بر این ترتیب.

و بعد از آن قلب کنند احد کعبین را به سوی مالین و احد این‌ها را به سوی کعب. بعد از آن مال دیگر را به سوی کعب دیگر. پس اراده شود در مرتبهٔ رابع هر یک از سه مرتبهٔ کعب کعب. و حاصل ضرب مال در نفس او مال [المال] بود. و حاصل ضرب او در دو مال، مال کعب الکعب بود. و ضابطه در این آنکه: جمع کنند الفاظ را و مقدم دارند آن چیزی را که اقرب به جذر بود و رد کنند کل[۱] ثلاثه اموال را به سوی دو کعب.

و بباید دانست که نسبت واحد به سوی جذر مثل نسبت جذر بود به سوی مال و نسبت مال به کعب؛ و بر این ترتیب. و بعکس آنکه نسبت کعب به مال مثل نسبت مال بود به جذر و نسبت جذر به واحد. و همچنین می‌باشد نسبت واحد به سوی جزء که آن مثل نسبت جذر بود به واحد، اما در جهت دیگر؛ که آن را **جزء جذر** گویند. پس نسبت واحد به جزء جذر مثل نسبت جزء

۱. در اینجا «کل» به معنی «هر» است.

جذر بود به جزء مال. و باقی دیگر بر این منوال. پس واحد متوسط بود در مابین مرتبتین که آن‌ها غیر متناهی‌اند.[۶]

و حاصل ضرب جذر در جزء جذر، واحد بود؛ و همچنین جزء مال در مال؛ و همچنین اگر مال مال را در جزء مال ضرب کنند و همچنین در هر دو مرتبهٔ دیگر باید که نظر در مرتبهٔ هر یک از آن‌ها کنند از واحد. پس مال مال در مرتبهٔ خامس بود و جزء مال در مرتبه ثالث، اما در جهت دیگر. و چون جهتین متخالف شده‌اند، نقصان باید کرد ثلاثه را از خمسه؛ تا باقی ازو ماند إثنان، که آن در جانب مال مال بود از واحد. پس مرتبهٔ ثانیین از واحد در همین جانب، مرتبهٔ جذر بود. پس حاصل ضرب شیء بود. و بر این قیاس باقی اجناس دیگر.[۷]

اما قسمت: هرگاه اراده کنیم که قسمت کنیم مرتبه را بر مرتبهٔ دیگر، اگر از جنس واحد باشد، حاصل آحاد بود. مثلاً پنج مال را هرگاه بر دو مال قسمت کنیم، خارج قسمت دو و نصف شود. و بالعکس باید که دو خمس واحد بود هر چند اعتباری بود. و اگر از دو جنس باشد، در یک جهت واحد؛ مثلاً در قسمت اموال الاموال بر کعوب، که فضل میان مرتبتین این دو واحد بود، خارج قسمت باید که جذر بود. و اگر عمل بعکس بود، یعنی قسمت اسفل بر اعلی، باید که حاصل در جهت دیگر بود که در مثال جزء جذر بود. و اگر مقسومین در جهتین باشند، مثل قسمت کعب بر جزء مال، که در آنجا کعب از جذر در ثالث مراتب بود و جزء مال در ثانی؛ چون مجموع را جمع کنند، پنج شود. پس در قسمت کعب بر جزء مال حاصل در خامس مراتب بود از جانب کعب که آن مال کعب بود. و اگر عمل بعکس بود، در خامس مراتب از جانب تحت بود، که آن جزء مال کعب است. و بر این قیاس بود باقی اجناس دیگر.[۸]

باب ثانی: در استخراج مجهولات

که آن مشتمل است بر چند فصل.

فصل اوّل: در معرفت مجهولات که واقع شوند در اعداد متناسبه

هرگاه با ما بود سه عدد که متناسب باشند، یعنی نسبت اوّل به سوی ثانی مثل نسبت ثانی بود به سوی ثالث؛ در اینجا اگر احد طرفین مجهول بود، قسمت مربّع واسط بر طرف معلوم کنند. پس آنچه حاصل آید، طرف مجهول بود. و اگر وسط مجهول بود، ضرب احد طرفین در آن دیگر کنند و اخذ جذر مجموع، که آن وسط بود.

و اگر با ما اربعه اعداد متناسبه بود، که نسبت اوّل به ثانی مثل نسبت ثالث بود به رابع؛ و در آن اگر احد طرفین مجهول بود، ضرب ثانی در ثالث بود و قسمت حاصل بر طرف معلوم، که خارج

طرف مجهول بود. و اگر احد وسطین مجهول بود، ضرب احد طرفین در آن دیگر و قسمت حاصل بر وسط معلوم، خارج قسمت وسط مجهول بود.[۹]

فصل ثانی: در مقدّمات علم جبر و مقابله

از عادت اهل این علم بود که مجهول را **شیء** گویند. و درو تصرف نمایند تا آنکه به ازاء معلوم واقع شود و خود نیز معلوم شود. و متساویین را **متعادلین** گویند. و چون شیء را در نفس خود ضرب کنند، **جذر** شود، و حاصل **مال**.[۱۰] معادله در میان مراتب اعداد و جذور و اموال صورت یابد، امّا در مفردات و در مقترنات.

مفردات سه قسم بود:

[اوّل:] مال که عدیل شیء بود؛ و

[ثانی:] مال که عدیل عدد بود؛ و

[ثالث:] شیء که عدیل عدد بود.

و مقترنات سه:

اوّل: مال و شیء که عدیل عدد بود؛

ثانی: مال و عدد که عدیل شیء شود؛

ثالث: عدد و شیء که عدیل مال شود.

و این‌ها را مسائل **ستّه جبریّه**[۱۱] گویند و اکثر مجهولات به نحو اسهل از این‌ها استخراج نمایند.

و بعضی از متأخّرین اعتبار کعب با هر یک نموده‌اند، پس ثنائیات زیاده شود و ثلاثیات حادث شوند. و مسائل بیست و پنج بود. و اگر استعمال کعب و جنس مابعد کعب و مابعد مال مال و باقی برین منوال کنند، حدوث مفردات و مقترنات باید که بلا نهایت بود.

فصل سیم: در چیزهایی که در عمل جمع احتیاج به آن بود

هرگاه بعضی از مقادیر مجهول بود: امّا در جمع، هرگاه که با ما اجناس از اعداد و اشیاء و اموال بود، باید که هر جنس بر جنس خود افزایند. و اگر در مزید الیه نظیر جنس از مزید نبود، اثبات آن جنس در خلال اجناس نمایند.

و همچنین اگر خواهند که جمع جذر مالین مختلفین کنند، باید که ضرب احد مالین در مال دیگر کنند. و بعد از آن تضعیف جذر حاصل. و زیاده کنند بر مجموع مالین، تا حاصل آید مال که جذر او مثل مجموع جذرین بود.

مثلاً خواستیم که جمع کنیم جذر اربعه و تسعه را. ضرب کردیم اوّل را در آن دیگر. و بعد از آن تضعیف جذر مبلغ، پس حاصل آمد دوازده. و زیاده کردیم این را بر مجموع اربعه و تسعه. حاصل آمد بیست و پنج که جذر او مساوی مجموع جذرین بود.[۱۲]

فصل چهارم: در چیزهایی که محتاج الیه بود در تفریق

تفریق آنکه جنس منقوص را از نظیر منقوص منه نقصان کنند، اگر توان کرد. و اگر آنچه که در منقوص منه بود، اقل بود از آنچه در منقوص بود، اسقاط قدری که توان کرد از منقوص منه، کنند؛ یعنی به قدر که در منقوص باقی ماند باید که او را استثنا[1] کنند. مثلاً خواستیم که نقصان کنیم عشره را از خمسه و شیء. اسقاط کردیم از عشره خمسه را. و جهت باقی گوییم شیء الّا خمسه.

و اگر در منقوص منه از جنس منقوص چیزی نباشد، استثنا کنند از منقوص منه به قدر منقوص. و اگر وقوع استثناءِ استثنا بود، باید که زیادتی در مستثنا منه شود. مثلاً عشره الّا ثلاثه الّا اثنین، باید که زیاده شود اثنین بر عشره. پس استثنا چنین شود که: اثنا عشر الّا ثلاثه.[۱۳]

و اگر تکرار استثنا کنند، باید که مجموع چیزی که در مراتب افراد بود؛ مثل مرتبۀ اوّل و ثالث و خامس، نقصان مجموع شود، و آنچه در مراتب ازواج بود، زیاده شود.[۱۴]

و اگر اراده کنیم که نقصان جذر مال از جذر مال کنیم، نقصان ضعف جذر اصل احد مالین در آن دیگر کنیم از مجموع مالین. و بعد از آن اخذ جذر باقی، که آن باقی جذر بود بعد از نقصان جذر. مثلاً هرگاه نقصان اثنا عشر، که در مثال جمع بود، شود از مجموع اربعه و تسعه، باقی ماند مربّع باقی.[۱۵]

فصل پنجم: در تضعیف

و آن چنان است که تضعیف هر جنس را علی حده کنند؛ و تضعیف استثنا نمایند، چنان که بیاید. و اگر ارادۀ تضعیف جذر کنند، آن جذر بود جهت اربعه امثال مال او. مثلاً جذر چهل، ضعف جذر عشره بود. و اگر تضعیف کنند، جذر اربعه امثال مال مال مراد بود؛ یعنی جذر او ضعف مال بود، که آن مال جذر مطلوب بود.

فصل ششم: در تنصیف اجناس

تنصیف هر جنس علی حدّه بود، چنانکه در تضعیف گذشت. و اگر خواهند که تنصیف جذر کنند، خواهد بود نصف جذر ربع مال. مثلاً جذر خمسه نصف جذر عشرین بود. یعنی هرگاه ارادۀ تنصیف جذر عشرین کنند، اخذ جذر ربع عشرین[2] کنند. و اگر ارادۀ تنصیف مال کنند، جذر ربع مال مال جذر او، نصف مال او بود.

فصل هفتم: در ضرب اجناس در اجناس

[ضرب اجناس در اجناس]، اعم از آنکه مثل در مثل بود یا مختلف، آن چنان [است] که در ابواب سابقه [آمد]. و ضرب زاید در زاید، [زاید] بود. و ضرب ناقص در ناقص، زاید بود؛ مثل استثنا در

---

۱. در متن واژه‌های «استثنا» و «مستثنی» همه جا به صورت «استسنا» و «مستسنی» آمده است.

۲. ق: عشره.

استثنا. و اما ضرب زاید در ناقص، حاصل ناقص بود. مثلاً هرگاه ضرب کنند عشره الّا شیء را در عشره الّا شیء، حاصل ضرب صد بود و مال الّا عشرین شیئا.

و ضرب جذر در جذر، حاصل آن جذر بود که حاصل شود از ضرب احد مالین جذرین در مال دیگر. مثلاً جذر حاصل از ضرب مربع ثلاثه در مال اربعه مراد بود، جهت آنکه ثلاثه امثال جذر این مال بود. و این چنین بود هرگاه ضرب کنند کعب را در کعب دیگر که حاصل کعب حاصل بود که از ضرب احد مکعّبین در آن دیگر بود.

فصل هشتم: در قسمت اجناس بر اجناس

قسمت هر جنس بر جنس، هر چه باشد، در باب سابق معلوم شد. اما خارج از قسمت مال بر مال، مربّع حاصل بود که از قسمت جذر بر جذر کنند. و همچنین بود در قسمت کعب بر کعب، که حاصل از آن مکعّب حاصل کعب بود بر کعب. [۱۶]پس هر گاه اراده کنند که قسمت کنند اجناس را بر اجناس، باید که طلب چیزی کنند که هرگاه او را در مقسوم علیه ضرب کنند حاصل مقسوم شود؛ هر چیز که یابند آن خارج قسمت بود. مثلاً هرگاه گویند که ما قسمت کنیم عشره الّا شیئین را بر خمسه؛ خواهد بود مضروب خمسه در اثنین الّا خمس شیء، که آن مقسوم بود. پس خارج از قسمت اثنان بود الّا خمسی شیء.[۱۷]

فصل نهم: در جبر و مقابله

جبر حذف استثنا بود و زیاده کردن مستثنا بر مستثنا منه و زیاده مثل آن بر چیزی که معادل با او بود. جهت آنکه معادله در میان اجناس باید که محفوظ بود. مثلاً هرگاه گویند که: عشره الّا شیء عدیل مال بود، باید که زیاده کنند شیء را بر عشره الّا شیء. و اسقاط کنند ازو استثنا را. و همچنین زیاده کنند بر مال تا آنکه باقی ماند معادله. پس خواهد بود عشره معادل با مال و شیء، بعد از جبر. و امّا **مقابله** آن بود که حذف کنند از طرفین، آن چیزی را که از جنس واحد بود؛ و به قدر واحد در متعادلین تا آنکه اسقاط مکرّرات در مابین اجناس [شود]. مثلاً هرگاه گویند که مال و عشره عدیل ثلاثه اشیاء و ستّه شده، باید که حذف ستّهٔ مذکور کنند از جانبین تا باقی ماند مال و اربعه در مقابل سه شیء که آن بود مقصود.

فصل دهم: در تکمیل اجناس و ردّ آنها

[تکمیل اجناس و ردّ آن‌ها] به سوی آن چیزی که واقع شود بازاء جنس واحد؛ یعنی باید که تکمیل مال واحد کنند، هرگاه در سؤال مال و شیء واحد نبود. مثلاً ثلث مال و ربع شیء عدیل پنج و نصف بود. تکمیل مال به ضرب اجناس بود در ثلاثه، تا مال[۱] واحد شود و ربع، سه ربع شیء شود که این‌ها عدیل شانزده و نصف باشند. [۱۸]

۱. ق (در حاشیه): و ربع شیء عدیل ... ثلاثه تا مال.

مثال دیگر: مالان و ربع مال عدیل ده شیء و ثلث شیء و بیست عدد بود. باید که تجنیس مالین و ربع مال کنند که عدیل ده شیء و اجناس دیگر است. پس بعد از تجنیس نُه ربع شود؛ و أربعه متناسبه شوند. جهت آنکه نسبت تسعه به اربعه مثل نسبت ده شیء و ثلث شیء و بیست عدد بود در وقت معادله به سوی مال. پس باید که ضرب کنند اربعه را در عشره اشیاء و ثلث شیء تا حاصل شود واحد و چهل شیء و ثلث شیء. بعد از آن قسمت کنیم این‌ها را بر تسعه، تا بیرون آید چهار عدد و شانزده جزء بیست و هفت جزء که آن را واحد گیرند. و همچنین ضرب کنند اربعه را در عشرین تا حاصل شود هشتاد. و این را قسمت کنند بر تسعه، بیرون آید ثمانیه و هشت تسع. پس خواهد بود جواب آنکه مال عدیل چهار شیء و شانزده جزء از بیست و هفت جزء از شیء واحد شود، و همچنین ثمانیه اعداد و ثمانیه اتساع واحد بود؛ [۱۹] و بر این قیاس باقی دیگر.

فصل یازدهم: در مسائل ستهٔ جبریه

اوّل آنها آنکه: مال عدیل اشیاء شود؛ پس شیء عده اشیاء بود و مال مربّع او. مثلاً مال عدیل ده شیء بود. باید که شیء ده بود و مال صد.[۲۰]

ثانی آنها آنکه: مال عدیل عدد شود. پس عدد معادل مال بود و جذر او عدیل شیء شود.[۲۱]

مسئلهٔ ثالث: که شیء عدیل عدد شود. پس عدد معادل شیء بود و مربّع او معادل مال. و این بود مسائل مفردات.[۲۲]

امّا ذکر مقترنات که آن سه قسم بود: آنکه زیاده کنند در آنها عدد را بر مربّع نصف عدد اشیاء، هرگاه مال با اشیاء معادله با عدد کنند؛ و این اوّل مقترنات بود. و مال واحد معادله با اشیاء و عدد کنند و این ثانی بود. و نقصان کنند عدد را از مربّع، هرگاه مال با اعداد معادل اشیاء شود. و اخذ جذر مجموع یا باقی یعنی مجموع حاصل ضرب یا جذر باقی و نقصان نصف عدد اشیاء از جذر مجموع در مسئلهٔ اوّل؛ و زیاده کردن او یعنی نصف عدد اشیاء بر جذر مجموع در ثانی؛ و زیاده کردن او برین دیگر مرتبه دیگر و نقصان کردن او از آن دیگر مرتبهٔ دیگر در مسئلهٔ ثالث تا حاصل آید معادله شیء واحد.[۲۳]

مثال اوّل: مال و عشره اشیاء معادل سی و نه بود. زیاده کنیم عدد را بر بیست و پنج تا حاصل آید شصت و چهار و جذر او هشت بود. و نقصان کنیم از او خمسه را، تا باقی ماند ثلاثه که او شیء واحد بود. و این مسئلهٔ اوّل بود از مقترنات.[۲۴]

امّا مثال آنکه در جلو مسئلهٔ مذکور بود آنکه: مال عدیل عشره اشیاء و اربعه و عشرین شود؛ باید زیاده شود عدد بر بیست و پنج تا حاصل شود چهل و نه عدد که جذر او سبعه بود. و زیاده کنند سبعه را بر خمسه تا آنکه دوازده شود. و این شیء واحد مطلوب بود در مسئله ثالث مقترنات. [۲۵]

امّا مثال ثانی آنکه: مال و احد و عشرین عدیل عشره اشیاء شود. نقصان کن عدد را از بیست [و پنج] تا باقی ماند چهار که جذر او اثنان بود. و زیاده کن آن را بر خمسه تا سبعه شود، که آن شیء بود. یا نقصان کن او را ازو تا شیء ثلاثه شود. و بر هر تقدیر باید که در زیاده، مال چهل و نُه بود؛ و در صورت نقصان نُه. و این مسئلۀ ثانیه بود از مقترنات.[۲۶]

فصل دوازدهم: که در آن ذکر بیست مسئله کنند به طریقه که مستخرج بود به عمل جبر و مقابله

امّا باید که تدبّر در مسائل مذکور کنند.[۲۷]

مسئلۀ اوّل آنکه: چه عدد است که هرگاه که ضرب کنند آن را در ضعف اش حاصل مساوی زیاده کردن او بود بر تضعیف اش و تضعیف مبلغ.

طریقه‌اش آنکه: عدد را شیء فرض کنیم، تا ضعف آن، دو شیء شود. هرگاه شیء را در دو شیء ضرب کنیم، حاصل دو مال شود که آن معادل بود با شش شیء. پس مال عدیل ثلاثه اشیا بود. و راجع شود این مسئله به اوّل از مفردات. پس هرگاه شیء سه بود، باید که ضرب او در ضعف او هجده بود؛ که این مساوی مجموع ضعف ثلاثه و سته بود.[۲۸]

مسئلۀ دویم آنکه: چه عدد است که هرگاه زیاده کنیم بر مربّع او عشره را و بعد از آن اخذ کنیم [سبع مجموع] را، پنج شود.

طریقۀ این آنکه: فرض کنند عدد را شیء تا مربع او مال شود. بعد از آن مال و عشره به هفت مرتبه مثل خمسه شود. پس مال و عشره عدیل خمسه و ثلاثین شود. و بعد از مقابله، مال عدیل خمسه و عشرین شود. و این مسئلۀ ثانی از مفردات بود و شیء پنج.[۲۹]

مسئلۀ ثالث آنکه: چون عشره را قسمت کنیم به دو قسم؛ و ضرب کنیم احد قسمین او را در اربعه و قسم دیگر را در سته، حاصلین متساوی شوند.

طریقۀ عمل آنکه: فرض کنیم احد قسمین او را شیء تا قسم دیگر عشره الّا شیء شود. بعد از آن ضرب شیء در اربعه تا اربعه اشیاء شود. و ضرب عشره الّا شیء را در سته، تا شصت الّا شش شیء شود. پس اربعه اشیاء معادل ستین الّا سته اشیاء بود. و بعد از جبر، ده شیء معادل ستین بود. پس شیء معادل سته بود. و این مسئلۀ ثالث از مفردات بود. و عشره الّا شیء خواهد بود اربعه.¹ و ضرب اربعه در سته مثل ضرب سته در اربعه بود.[۳۰]

مسئلۀ رابع آنکه: عشره را قسمت کنیم به دو قسم. و ضرب کنیم احد قسمین او را در نفس اش؛ و بعد از آن در نصف قسم دیگر؛ و بعد از آن جمع حاصلین کنیم؛ باید که دوازده شود. پس هر یک از قسمین چند بود؟²

---

۱. ق: + و سته.

۲. ق: مشابه این مسئله در جبر و مقابلۀ خوارزمی در حالت‌های مختلف آمده است.

جواب آنکه: فرض کنیم احد قسمین را شیء، تا ضرب او در نفس اش مال شود. و نصف قسم دیگر که خمسه الّا نصف شیء بود. شیء را ضرب کنیم در خمسه الّا نصف شیء، تا حاصل خمسه اشیاء الّا نصف مال شود. و مجموع مال [و] خمسه اشیاء الّا نصف مال بود، یعنی نصف مال و خمسه اشیاء عدیل دوازده بود. پس مال و عشره اشیاء عدیل بیست و چهار شود. و این اوّل از مقترنات بود. پس درین صورت شیء عدیل اثنین بود. ضرب او در نفس اش چهار بود و در نصفِ هشت، هشت؛ که مجموع دوازده شود.[۳۱]

مسئلهٔ خامس آنکه: عشره را قسمت کنند. و ضرب احد قسمین او را در نفس اش و قسم دیگر را در ثلاثه و بعد از آن تضعیف جمع حاصلین، مجموع شصت شود.

طریق عمل آنکه: فرض کنیم احد قسمین را شیء، تا حاصل ضرب [آن در خودش] مال شود. و ضرب قسم دیگر در ثلاثه، [تا] ثلاثین إلّا ثلاثه اشیاء شود. پس مجموع مال و سی عدد الّا ثلاثه اشیاء بود. و بعد از تضعیف، دو مال و شصت عدد الّا سته اشیاء شود. و بعد از آن عدیل ستین بود. که بعد از جبر و مقابله خواهد بود دو مال عدیل سته اشیاء. پس مال عدیل ثلاثه اشیاء بود، یعنی شیء سه بود.[۳۲]

مسئلهٔ سادس آنکه: چه عدد است که هرگاه ضرب کنند او را در نصف اش [و] زیاده کنند بر حاصل دوازده[۱] را، حاصل شود پنج مثل عدد اوّل.

طریقهٔ این آنکه: فرض کنیم عدد را شیء. و ضرب کنیم شیء را در نصف اش، حاصل شود نصف مال؛ و این با دوازده عدیل خمسه اشیاء شود. پس مال و بیست و چهار عدیل عشره اشیاء شود. و این مسئلهٔ ثانیهٔ مقترنات بود که ضرب کنیم خمسه را در خمسه؛ و نقصان کنیم از حاصل، بیست و چهار را؛ باقی ماند از آن واحد. و جذر او واحد بود. پس اگر زیاده کنیم بر خمسه، حاصل شش شود؛ که ضرب او در نصف او هجده بود. و این حاصل با دوازده مثل شش بود به پنج مرتبه. و اگر نقصان واحد از خمسه کنند، شیء به طریق نقصان، چهار بود. و ضرب او در نصف او هشت، و این حاصل با دوازده مثل اربعه بود امّا به پنج مرتبه.[۳۳]

مسئلهٔ سابع: چه عدد است که هرگاه او را در خمسه[۲] ضرب کنند و زیاده کنند برو چهل و دو را و تضعیف مجموع کنند، چهار مثل مربّع آن عدد شود؟

طریقهٔ عمل آنکه: عدد را شیء فرض کنیم، تا بعد از ضرب او در خمسه، خمسه اشیاء شود. و زیاده کنیم برین اشیاء، چهل و دو را. پس تضعیف مجموع، عشره اشیاء و هشتاد و چهار عدد شود؛ و

۱. ق: دوانضریرا.
۲. ق: نفس اش.

این مقدار معادل چهار مال بود. پس مال عدیل دو شیء و نصف و بیست و یک عدد شود. و این مسئلهٔ ثالث مقترنات بود. پس ضرب کنیم واحد و ربع را در نفس اش، حاصل ضرب واحد و نه جزء از شانزده جزء شود. و چون زیاده کنیم این حاصل را بر بیست و یک، حاصل بیست و دو و نه جزء از شانزده جزء شود. و جذر مجموع چهار و سه ربع بود. هرگاه این را بر واحد و ربع واحد افزاییم، مجموع شش شود. و این عدد مفروض بود، که چون این را در خمسه ضرب کنند حاصل سی شود. و این حاصل را با چهل و دو جمع کنند، تا حاصل هفتاد و دو شود، که تضعیف اش صد و چهل و چهار بود و ربعش سی و شش، که این عبارت از مال مذکور است، و مطلوب سؤال سائل.[۳۴]

مسئلهٔ ثامن: حاضر شدند زید و عمرو[۱] نزد مبیع خاتم و نبود با هر یک ثَمَن خاتم. پس گفت زید به عمرو که: عطا کن به من ثلث آنچه با تو هست تا ثَمَن خاتم شود. و بعد از آن عمرو به زید گفت که: تو اگر ربع آنچه با تو هست به من دهی ثَمَن خاتم بود. پس ثَمَن چند بود؟ و مال هر یک چند؟

طریقه‌اش آنکه: فرض کنیم مال زید را شیء. و آنچه با عمرو بود عدد که ثلث صحیح دارد، یعنی سه. پس هرگاه عطایی عمرو شود زید را واحد، مال زید شیء و واحد شود، که آن ثَمَن خاتم بود. و هرگاه عطای زید عمرو را بود ربع آنچه با او بود، باید که مال عمرو سه عدد و ربع شیء شود، که این ثَمَن خاتم بود. پس شیء و واحد عدیل سه و ربع شیء شود. امّا بعد از مقابله، سه ربع شیء عدیل اثنین شود. پس شیء عدیل اثنین و ثلثین بود، که آن ثَمَن خاتم است، یعنی سه و دو ثلث واحد. پس هرگاه تصحیح کسور کنند، باید که با زید هشت بود و با عمرو نُه و ثَمَن خاتم احد عشر بود.[۳۵]

مسئلهٔ تاسع آنکه: شخص را چند درهم بود که آن را تجارت نمود. بعد از تجارت با او بود مثل آنچه با خود داشت امّا به زیادتی درهم. و بعد از آن تجارت دیگر کرد. باز با او بود مثل تجارت اوّل امّا به زیادتی دو درهم. باز تجارت دیگر کرد و درین تجارت با او بود مثل آنچه حاصل شده بود پس [از] تجارت ثانی با زیادتی سه درهم. و این مجموع ده مثل حاصل مال شد. پس رأس المال چند بود؟

طریقه‌اش آنکه: فرض کنیم رأس المال را شیء تا با تاجر بعد از تجارت اوّل دو شیء و درهم بود. و بعد از تجارت ثانی چهار شیء و چهار درهم و بعد از تجارت ثالث هشت شیء و یازده درهم، و این مبلغ عدیل عشره اشیاء شود. و بعد از مقابله، یازده درهم عدیل دو شیء شود. پس شیء پنج درهم و نصف بود، که رأس المال آن شخص است.[۳۶]

مسئلهٔ عاشر آنکه: شخص مُرد و از [او] ثلاثه بنین ماند. و وصیت کرده بود جهت اجنبی به مثل مال یک ابن الّا عُشر مال خود. پس چند بود از برای موصی له و از برای هر یکی از بنین؟

۱. ق: در این مسئله به جای کلمهٔ «عمرو» (که در نسخه‌های عربی آمده) واژهٔ «عمر» آمده است.

طریقهٔ عمل آنکه: فرض کنیم حصّهٔ ابن واحد را شیء، و اصل مال را ده؛ جهت عُشر صحیح. پس خواهد بود از برای بنین سه شیء و از برای موصی له شیء الّا واحد. و اصل مال چهار شیء الّا واحد. و این مجموع عدیل عشره بود. پس باید که چهار شیء عدیل یازده بود. و شیء عدیل اثنین و سه ربع. و بعد از تصحیح، حصّهٔ ابنِ واحد یازده بود. و حصّهٔ موصی له، هفت؛ و اصلِ مال، چهل.

و اگر حصّهٔ موصی له را شیء فرض کنند و عمل را به پایان رسانند مطلب حاصل آید.[۳۷]

مسئلهٔ حادی عشر آنکه: هرگاه شخص وصیت کند جهت اجنبی به مثل مال احد بنی خود الّا ثلث آنچه باقی ماند از ثلث مال بعد از اخراج نصیب ابن از ثلث مال.

طریقهٔ این آنکه: فرض کنیم حصّهٔ ابن را شیء. و ثلث مال باید که زیاده بود برو سه عدد؛ جهت آنکه او را مخرج صحیح باید. پس از برای موصی له شیء الّا واحد باشد. و اصل مال چهار شیء الّا واحد. و چون ثلث مال شیء و ثلاثه بود، باید که اصل مال نیز سه شیء و نُه عدد بود. و این مبلغ عدیل چهار شیء الّا واحد شود. و بعد از جبر و مقابله باقی ماند شیء واحد عدیل ده عدد. پس حصّهٔ ابن [ده] بود و اصل مال سی و نُه و حصهٔ موصی له، نُه.[۳۸]

مسئلهٔ ثانی عشر آنکه: شخص را ابنا[۱] و بنتین بود. و وصیت کند به اجنبی به مثل نصیب ابن الّا نصف آنچه باقی ماند از ثلث مال بعد از اخراج حصّهٔ ابن. و جهت اجنبی دیگر به مثل نصیب یکی از بنتین الّا ثلث آنچه باقی ماند از ربع مال بعد از نصیب بنت. و اجنبی دیگر را به مثل نصیب ابن و نصیب بنت الّا سدس مال.

طریقهٔ این آنکه: فرض کنیم نصیب ابن را شیء تا ثلث مال شیء و اثنین شود، جهت مخرج نصف. و نصیب موصی له به مثل نصیب ابن الّا نصف باقی از ثلث بود، پس شیء الّا واحد شود. اصل مال سه شیء و شش و ربع آن نصف شیء و ربع شیء و واحد و نصف بود. حصّهٔ بنت نصف شیء بود. آنچه باقی ماند از ربع بعد نصیب بنت، ربع شیء و واحد و نصف بود. و ثلث باقی از ربع نصف سدس شیء و نصف واحد بود. پس نصیب موصی له که به مثل نصیب بنت الّا ثلث باقی از ربع بود، ربع شیء و سدس شیء الّا نصف واحد بود. و چون سدس مال نصف شیء و واحد بود، باید که نصیب ابن با نصیب بنت، شیء و نصف بود. پس از برای موصی له که به مثل نصیب ابن و بنت بود باید که شیء الّا واحد بود. و جمیع انصباء موصی لهم دو شیء و ربع شیء و سدس او الّا اثنین و نصف بود. و انصباء ورثه دو شیء. پس اصل مال چهار شیء و ربع شیء و سدس شیء الّا اثنین و نصف بود که معادل سه شیء و سته شود. و بعد از جبر و مقابله، باقی ماند شیء با ربع و سدس او معادل هشت و نصف. پس شیء عدیل سته بود. و اصل مال بیست و چهار،

۱. ق: ابنان.

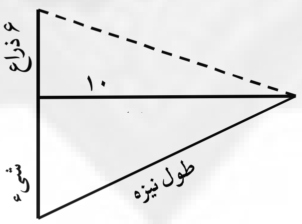
و از برای ابن، شش؛ و از برای هر بنت، سه؛ و از برای موصی له اوّل پنج؛ و از ثانی دو؛ و از ثالث پنج. و برین قیاس بود آنچه وقوع یابد در ابواب وصایا.[۳۹]

و برین قیاس کنند باقی مسائل که سؤال کند سائل در وصایا.

مسئلهٔ ثالث عشر[۱] آنکه: دو مرد در مجلس خرید و فروشی حاضرند. پس یکی از آن‌ها به دیگری گفت: نصف آنچه با تو است به من ده تا پول من یازده دینار شود. و دیگری به او گفت: یک سوم آنچه همراه داری به من ده تا پولم دوازده دینار شود. با هر یک از آن‌ها چند بوده است؟

طریقهٔ این آنکه: فرض می‌کنیم آنچه با یکی از آن‌ها بوده، شیء باشد، و فرض می‌کنیم آنچه با اوّلی بوده شیء باشد. پس با دومی دوازده منهای یک سوم شیء است. نصف آن شش منهای یک ششم شیء است. چون آنچه با اوّلی بود با این (مقدار) یازده می‌شد، پس با او یازده منهای شش منهای یک ششم شیء بوده، یعنی پنج و یک ششم شیء و این معادل شیء است. پس پنج معادل پنج ششم شیء است؛ و شیء معادل شش است. پس آنچه با یکی از آن‌ها بوده شش و آنچه با دیگری بوده، ده بوده است. جمع شش، با نصف ده، یازده می‌شود؛ و ده با یک سوم شش، دوازده می‌شود.[۴۰]

مسئلهٔ رابع عشر آنکه: نیزه‌ای در حوض آبی قرار دارد و مقداری از آن‌که در موقع عمود قرار گرفتن نیزه، در بیرون آب پیدا است، شش ذراع است. سپس نیزه را مایل قرار می‌دهیم تا سر آن در زیر آب قرار گیرد و فاصلهٔ جایی که نیزه موقع عمود قرار گرفتن در آب بر کف حوض قرار می‌گرفته تا جایی که در حالت غوطه‌ور شدن از آب بیرون می‌زده، ده ذراع است. طول نیزه چقدر است؟ و شکل آن این است (شکل ۱).



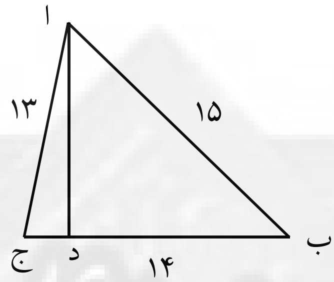
شکل ۱

طریقهٔ این آنکه: فرض می‌کنیم مقداری از نیزه، که در حالت عمود، زیر آب قرار دارد، شیء باشد. پس به برهان قضیهٔ موسوم به قضیهٔ عروس از کتاب اقلیدس؛ مربّع آن با مربّع ده مساوی با مربّع طول نیزه می‌شود. و مربّع شیء، مال و مربّع ده، صد است. پس مربّع طول نیزه، مال و صد

۱. در ترجمه قائنی مسائل ۱ تا ۱۲ آمده است و برای اینکه ترجمهٔ رساله کامل باشد بقیهٔ مسائل از روی متن اصلی رسالهٔ جبر و مقابلهٔ طوسی ترجمه و در اینجا آورده شده است. در ترجمه سعی شده است سبک و سیاق بیان قائنی تا حد ممکن حفظ شود.

است. و طول نیزه در حالت عمودی شیء و شش است. و مربّع آن مال و دوازده شیء و سی و شش است و آن معادل مال و صد است. و بعد از مقابله، شصت و چهار معادل دوازده شیء می‌شود. و شیء پنج و یک سوم و طول نیزه، یازده و یک سوم ذراع می‌شود.[۴۱]

مسئلهٔ خامس عشر آنکه: مثلثی است که یکی از اضلاع آن سیزده و دیگری پانزده و قاعده‌اش چهارده (واحد) است. فاصلهٔ پای عمود مرسوم از رأس مثلث از دو رأس دیگر چقدر است؟ و طول آن عمود کدام است؟ و شکل مثلث این است: (شکل ۲)



شکل ۲

طریقهٔ این آنکه: فرض می‌کنیم فاصلهٔ یکی از دو سر قاعده تا پای عمود شیء باشد. و فرض می‌کنیم فاصلهٔ بین رأس مجاور به ضلعی که ۱۳ است تا پای عمود شیء باشد. پس مربع آن مال است و مربع سیزده صد و شصت و نه است. اگر مال را از آن کم کنیم، مربع عمود باقی می‌ماند. پس مربع عمود صد و شصت و نه منهای مال است. و فاصلهٔ پای عمود تا رأس دیگر چهارده منهای شیء است. مربع آن صد و نود و شش و مال منهای بیست و هشت شیء می‌شود. آن را از مربع پانزده، که دویست و بیست و پنج است، کم می‌کنیم. بیست و نه و بیست و هشت شیء منهای مال باقی می‌ماند و آن مربع عمود است. و معادل با صد و شصت و نه منهای مال می‌شود. و بعد از مقابله صد و چهل معادل با بیست و هشت شیء باقی می‌ماند. پس شیء پنج می‌شود و آن فاصلهٔ پای عمود تا ضلع سیزده است. و مربع آن بیست و پنج است. و اگر از صد و شصت و نه کم کنیم، صد و چهل و چهار باقی می‌ماند و آن مربع فاصلهٔ پای عمود از رأس دیگر [مثلث] است. فاصلهٔ بین پای عمود و رأس دیگر نه می‌شود و مربع آن هشتاد و یک می‌شود. اگر آن را از دویست و بیست و پنج کم کنیم، صد و چهل و چهار باقی می‌ماند و آن مربع طول عمود است. پس طول عمود دوازده می‌شود.[۴۲]

مسئلهٔ سادس عشر آنکه: مالی بین سه مرد مشترک است. سهم اولی نصف آن و سهم دومی یک سوم آن و سهم سومی یک ششم آن است. در تقسیم آن مال بین آنها اختلاف می‌افتد و هرکسی مقداری از آن را برای خودش بر می‌دارد. سپس نزد قاضی می‌روند و او حکم می‌کند به نفر اول که

نصف آنچه را دزدیده است بازگرداند و به نفر دوم یک سوم آنچه را دزدیده است بازگرداند و به نفر سوم یک ششم آنچه را دزدیده است بازگرداند. آنچه بازگردانده می‌شود مساوی اصل مال می‌شود. و قاضی آن مال‌های بازگردانده شده را به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم می‌کند. پس به هر یک از آن‌ها به اندازهٔ حقش می‌رسد. مال چقدر بوده؟ و هر کسی چقدر از آن را دزدیده بوده؟ و سهم هر یک بر حسب استحقاقش چقدر می‌شده است؟

طریقهٔ این آنکه: فرض می‌کنیم آنچه اولی ربوده شیء و آنچه دومی ربوده دینار و آنچه سومی ربوده درهم باشد.[۴۳] پس دارائی افراد شیء و دینار و درهم می‌شود. و آنچه بازگردانده شده یک دوم شیء و یک سوم دینار و یک ششم درهم است. پس اگر آن را به طور مساوی بین سه نفر تقسیم کنیم، سهم هر یک برابر یک ششم شیء و یک نهم دینار و یک هجدهم درهم می‌شود. و سهم اولی دو سوم شیء و یک نهم دینار و یک هجدهم درهم می‌شود و آن یک دوم مال است و این معادل با یک دوم شیء و یک دوم دینار و یک دوم درهم می‌شود. و بعد از مقابله یک ششم شیء معادل با هفت هجدهم دینار و هشت هجدهم درهم می‌شود. و شیء معادل با دو و یک سوم دینار و دو و دو سوم درهم می‌شود. و کل مال سه و یک سوم دینار و سه و دو سوم درهم می‌شود. و آنچه اولی بازگردانده یک و یک ششم دینار و یک و یک سوم درهم می‌شود. و اگر به آن آنچه دومی بازگردانده که برابر یک سوم دینار است و آنچه که سومی بازگردانده که یک ششم درهم است، را اضافه کنیم جمع کل مال‌های بازگردانده شده یک و یک دوم دینار و یک و یک دوم درهم می‌شود. و اگر این مال را به طور مساوی بین آن‌ها تقسیم کنیم؛ سهم هر یک برابر یک دوم دینار و یک دوم درهم می‌شود. پس برای دومی از آنچه دزدیده بعد از بازگرداندن یک سوم آن برابر دو سوم درهم می‌شود. پس سهم او یک و یک ششم دینار و یک دوم درهم می‌شود. که یک سوم کل مال است. و یک سوم آن یک و یک نهم دینار و یک و دو نهم درهم است. و بعد از مقابله یک هجدهم دینار معادل با سیزده هجدهم درهم می‌شود. و بعد از تکمیل یک دینار معادل با سیزده درهم می‌شود. و شیء معادل با دو و یک سوم دینار و دو و دو سوم درهم می‌شود. پس شیء معادل با سه و دو سوم درهم می‌شود. و کل مال چهل و هفت درهم می‌شود.

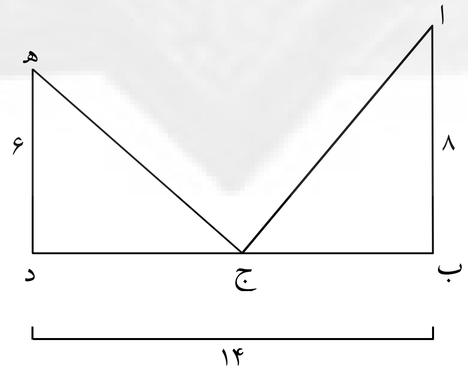
و اگر بخواهیم با این عدد طبق آنچه پرسش کننده اعلام کرده عمل کنیم، احتیاج به این داریم که مخرج را در عددی ضرب کنیم که یک دوم و یک سوم و یک ششم داشته باشد و آن شش است. پس از ضرب (چهل و هفت در شش) عدد دویست و هشتاد و دو حاصل می‌شود. و آنچه اولی دزدیده صد و نود و هشت و آنچه دومی دزدیده هفتاد و هشت و آنچه سومی دزدیده شش است. و آنچه اولی بازگردانده نود و نه و آنچه دومی بازگردانده بیست و شش و آنچه سوی بازگردانده یک است. و کل مال بازگردانده شده صد و بیست و شش است. و یک سوم آن چهل و دو است. و اگر

این را بر مابقی مال اضافه کنیم، سهم اولی صد و چهل و یک و سهم دومی نود و چهار و سهم سومی چهل و هفت می‌شود. و آن جواب است.[۴۴]

مسئلهٔ سابع عشر آنکه: دو مرد [که به هم مقروض بودند جهت شکایت] نزد قاضی رفتند. یکی از آن‌ها گفت که من ده دینار بجز یک دوم مالی که از من طلب دارد، طلبکار او هستم. سپس قاضی از دومی پرسید: تو چقدر از او طلب داری؟ او گفت: من نیز ده دینار بجز یک سوم مالی که از من طلب دارد، از او طلبکارم. طلب هر یک چقدر است؟

طریقهٔ این آنکه: فرض می‌کنیم آنچه اولی طلب دومی دارد، ده منهای شیء باشد. پس طلب دومی بر اوّلی دو شیء است. و نیز طلب او ده منهای سه و یک سوم و یک سوم شیء است. پس ده و یک سوم شیء منهای سه و یک سوم یعنی شش و دو سوم و یک سوم شیء معادل با دو شیء است. و بعد از مقابله شش و دو سوم معادل یک و دو سوم شیء می‌شود. و شیء برابر با چهار می‌شود. و ده منهای شیء معادل شش می‌شود. و ده منهای یک سوم شش، هشت می‌شود. پس آنچه دو نفر اعتراف کرده‌اند اینکه اولی شش دینار از دومی طلب دارد و دومی هشت دینار از اولی طلب دارد. [۴۵]

مسئلهٔ ثامن عشر آنکه: دو درخت به فاصلهٔ چهارده ذراع در دو طرف نهری قرار دارند. طول یکی از آن دو شش و طول دیگری هشت (ذراع) است. و بر بالای این دو (درخت) دو پرنده هستند. آن دو پرنده‌ماهی‌ای را در وسط آب نهر می‌بینند که تکان می‌خورد. آن دو پرنده برای شکار آن ماهی باید مسافت مساوی‌ای را طی کنند. هر یک از آن دو چقدر باید پرواز کنند و فاصلهٔ جایی که ماهی در نهر قرارداد تا پای هر یک از دو درخت چقدر است؟



شکل ۳

طریقهٔ این آنکه: فاصلهٔ بین پای درخت شش ذراعی تا جایی که ماهی در نهر قرار دارد را شیء فرض می‌کنیم. و آن را در خودش ضرب می‌کنیم، حاصل مال می‌شود. و شش را در خودش

ضرب می‌کنیم، سی و شش می‌شود. مجموع آن‌ها مال و سی و شش می‌شود. و جذر آن فاصله‌ای است که پرنده باید پرواز کند (تا به ماهی برسد). و از جایی که ماهی قرار دارد تا پای درختی که طول آن هشت ذراع بود چهارده منهای شیء می‌شود. مربع آن صد و نود و شش و مال منهای بیست و هشت شیء است و مربع هشت برابر با شصت و چهار است. و مجموع این دو برابر با دویست و شصت و مال منهای بیست و هشت شیء است و آن معادل با مال و سی و شش است. و بعد از جبر و مقابله دویست و بیست و چهار معادل با بیست و هشت شیء باقی می‌ماند. و شیء برابر با هشت است و آن فاصلهٔ بین پای درخت شش ذراعی و ماهی است. و فاصلهٔ مابین ماهی و پای درخت دیگر شش ذراع است. و مقداری که هر یک از دو پرنده باید پرواز کنند ده ذراع است. و این جواب است.[۴۶]

مسئلهٔ تاسع عشر آنکه: سه گله رمه بود. دومی سه برابر اوّلی و سومی سه برابر دومی رمه داشت. مردی دو سوم اوّلی و سه چهارم دومی و پنج ششم سومی را خرید و روی هم صد و بیست و پنج رأس شد. در هر گله چند رأس رمه بوده است؟

طریقهٔ این آنکه: تعداد رمه‌های گلهٔ اوّل را شیء فرض می‌کنیم. پس (تعداد رمه‌های) دومی سه شیء و سومی نه شیء می‌شود. و دو سوم شیء و سه چهارم سه شیء و پنج ششم نه شیء را با هم جمع می‌کنیم. ده و یک بیست و چهارم شیء می‌شود و آن معادل صد و بیست و پنج است. پس شیء معادل دوازده می‌شود و آن تعداد رمه‌های گلهٔ اوّل است و سی و شش تعداد دومی و صد و هشت تعداد سومی است. و دو سوم اولی هشت و سه چهارم دومی بیست و هفت و پنج ششم سومی نود رأس می‌شود و مجموع آن‌ها صد و بیست و پنج می‌شود.[۴۷]

مسئلهٔ عشرین آنکه: مردی ده رمه با خود داشت و دیگری چندین درهم برابر با قیمت این رمه‌ها با خود داشت. و اگر ضرب کنیم قیمت یک رمه را در خودش سپس در یک سوم آن و بر آن سه را اضافه کنیم، حاصل مساوی با درهم‌ها می‌شود. درهم‌ها چقدر بوده است؟

روش آن: فرض می‌کنیم قیمت یک رمه شیء باشد. و آن را در خودش ضرب می‌کنیم. پس مال می‌شود. و آن را در سه ضرب می‌کنیم، پس سه مال می‌شود. و سه را به آن اضافه می‌کنیم، سه مال و سه می‌شود معادل با ده شیء. یک مال و یک معادل با سه و یک سوم شیء می‌شود. و این یکی از مسایل ششگانه است و دومین مسالهٔ مقترنات است. نصف تعداد اشیاء را که یک و دو سوم است پیدا کرده در خودش ضرب می‌کنیم. پس دو و هفت نهم واحد می‌شود. از آن عدد را که یک است کم می‌کنیم. یک و هفت نهم باقی می‌ماند و جذر آن یک و یک سوم است. پس اگر آن را از نصف جذرها که همان شیء است کم کنیم، یک سوم باقی می‌ماند و آن شیء است. و آن قیمت یک رمه است. و قیمت کل رمه سه و یک سوم می‌شود. زیرا مربع یک سوم، یک نهم است و سه برابر آن یک

سوم است و آن با سه؛ سه و یک سوم می‌شود. و اگر بر نصف جذرها که شیء است اضافه کنیم، سه به دست می‌آید و آن یک شیء است و آن قیمت رمه است و مربع آن نه است و حاصل ضربش در سه بیست و هفت می‌شود و با سه سی می‌شود که قیمت ده رمه است. و آن مطلوب است.[۴۸]

پس این‌ها که من حاضر کردم آن چیزی بود که از من خواسته شده بود با کمبود وقت و زیادی کارها و تشویش افکار. پس اگر بود وافی و کافی نسبت به آنچه خواسته شده بود که فبها و إلّا پس در موقعی که فرجی شد عقدهٔ کلام را می‌گشایم.

و او بس است ما را و چه خوب وکیلی است.

چه خوب سرپرست و چه خوب یاوری است.

به اتمام رسید این رساله بعون الملک الاعظم در وقت رسیدن نیّر اعظم به نصف‌النهار بلدهٔ ثامن إثنا عشر[1] در روز پنجشنبه یازدهم شوال موافق با اوّل شباط رومیّه و بیست و هشتم [بهمن] جلالیّه و سیزدهم [ماه آرام] ترکیّه (=اویغوری) سنهٔ **۱۰۸۲** [ق][2] و جمعهٔ این روز عید شمعان بوده و شب شنبه شق قمر شده و درین روز قمر در **ا لا** [۱° ۳۱′] اسد بود و نیّر دیگر در **کطل** [۲۹° ۳۰′] دقیقهٔ دلو و مشتری در **یه لز** [۱۵° ۳۷′] دقیقهٔ سنبله و ساعات نصف‌النهار **ه یو** [۵ ساعت و ۱۶ دقیقه] بود تا مخفی بر اهل تاریخ نبود. والله اعلم بالصواب.

پی‌نوشت‌ها

[۱]. منظور آن است که در تفریق دو عدد هرگاه نتوان مرتبه‌ای را از مرتبهٔ نظیرش کم نمود، لازم است از مرتبهٔ قبلی آن یک واحد کم کنیم و این واحد را به عنوان ده واحد به آن عدد بیفزاییم و سپس تفریق را انجام دهیم.

[۲]. منظور حالت‌های

$$a+b,\ a+b\frac{c}{d},\ \frac{c}{d}+a,\ \frac{c}{d}+\frac{e}{f},\ \frac{c}{d}+b\frac{e}{f},\ a\frac{c}{d}+b\frac{e}{f}$$

است.

[۳]. منظور حالت‌های

$$a-b,\ a-b\frac{c}{d},\ \frac{c}{d}-a,\ \frac{c}{d}-\frac{e}{f},\ \frac{c}{d}-b\frac{e}{f},\ a\frac{c}{d}-b,\ a\frac{c}{d}-b\frac{e}{f}$$

است.

۱. احتمالاً منظور مشهد، مدفن هشتمین امام (ع) است. ـ م.ع.

۲. بر اساس نرم‌افزار CALH که بنو وان دالن تهیه کرده است همهٔ این تاریخ‌ها معادل یکدیگرند به غیر از تاریخ هجری قمری که در آن روز پنجشنبه سیزدهم شوال بوده است. ـ م.ع.

[۴]. یعنی برای ضرب دو کسر، صورت‌های دو کسر در هم و نیز مخرج‌های آن‌ها در هم ضرب می‌شوند. به عبارت دیگر $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$. در منابع دورهٔ اسلامی، کسری که از حاصل ضرب دو کسر به دست می‌آید، کسر مؤلف و آن عمل تألیف نسبت نامیده می‌شود. در عبارت $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\times\frac{e}{f}$ می‌گوییم که کسر $\frac{a}{b}$ از دو کسر $\frac{c}{d}$ و $\frac{e}{f}$ تألیف شده است.

[۵]. منظور حالت‌های

$a\div b,\ a\div\frac{c}{d}, a\div b\frac{c}{d},\ \frac{c}{d}\div a,\ \frac{c}{d}\div\frac{e}{f},\ \frac{c}{d}\div b\frac{e}{f},\ a\frac{c}{d}\div b,\ a\frac{c}{d}\div\frac{e}{f},\ a\frac{c}{d}\div b\frac{e}{f}$ است.

[۶]. منظور قاعده‌های

$$\frac{1}{x}=\frac{x}{x^2}=\frac{x^2}{x^3}=....,\quad \frac{x}{1}=\frac{x^2}{x}=\frac{x^3}{x^2}=....,\quad \frac{1}{\frac{1}{x}}=\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x^2}}=...,\quad x^n\times x^m=x^{n+m},\ x^n\div x^m=x^{n-m}$$

است.

[۷]. در حقیقت توجیه فرمول $a^m\div a^n=a^{m-n}$ است.

[۸]. توجیه فرمول‌های چهارگانه $ax^n\div bx^n=\frac{a}{b}$؛ $\begin{cases} ax^n\div bx^m=\frac{a}{b}x^{n-m} & n>m \\ ax^n\div bx^m=\frac{a}{bx^{m-n}} & n<m \end{cases}$؛ $ax^n\div bx^{-m}=\frac{a}{b}x^{n+m}$ و $ax^{-n}\div bx^m=\frac{a}{bx^{n-m}}$ است.

[۹]. بنابر قضیهٔ ۱۶ مقالهٔ ششم اصول اقلیدس، هرگاه یکی از اجزای تناسب مجهول باشد، می‌توان جزء مجهول را پیدا نمود. به عنوان مثال اگر در تناسب $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$، جزء دوم تناسب (b) مجهول باشد، کافی است حاصل ضرب دو طرف تناسب (a و d) را بر جزء سوم (c) تقسیم کرد. به عبارت دیگر: $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\rightarrow b=\frac{a.d}{c}$.

[۱۰]. ریاضی‌دانان مسلمان، متغیّر معادله را «شیء» می‌نامیدند و هرگاه ریشهٔ دوم مورد نظر بود «جذر» و اگر ریشه یا پایهٔ یك عدد در مقابل توان n ام آن مورد نظر بود (a در مقابل a^n)، آن را «ضلع اوّل» یا «ضلع» می‌گفتند.

[۱۱]. نصیرالدین طوسی به پیروی از خوارزمی تنها ضریب‌های مثبت را در معادلات پذیرفته و معادلات را به شش نوع تقسیم کرده است و مانند سایرین این معادلات را، مسائل شش‌گانهٔ جبری نامیده است. در سه تا از این معادلات، یك «جنس» با جنسی دیگر از اجناس سه‌گانه (عدد، شیء و مال) معادل است که به آن‌ها «مفردات» می‌گویند. در سه تای دیگر دو جنس با جنس سوم معادل

است، که به آن‌ها «مقترنات» می‌گویند؛ زیرا دو جنس از اجناس سه‌گانه در یک طرفِ معادله «قرین»هستند. این معادلات عبارتند از:

اوّلین مفردات: $bx = c$ اوّلین مقترنات: $ax^۲ + bx = c$

دومین مفردات: $ax^۲ = bx$ دومین مقترنات: $ax^۲ + c = bx$

سومین مفردات: $ax^۲ = c$ سومین مقترنات: $ax^۲ = bx + c$

[۱۲]. از فرمول‌های

$\sqrt{a^۲} + \sqrt{b^۲} = \sqrt{a^۲ + b^۲ + ۲ab} = a + b$ و $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{a + ۲\sqrt{ab} + b}$ استفاده شده است.

[۱۳]. نصیرالدین طوسی برای مقادیر منفی از واژهٔ استثناء استفاده کرده است.

$$۱۰ - (۵ + x) = (۱۰ - ۵) - x = ۵ - x$$

یا

$$۱۰ - (۳ - ۲) = ۱۰ - ۳ + ۲ = ۱۲ - ۳ = ۹$$

[۱۴]. از فرمول‌های

$$a - (b - (c - (d - (e - f)))) = (a + c + e) - (b + d + f)$$

و

$$-\{a - (b - (c - (d - (e - f))))\} = -(a + c + e) + (b + d + f)$$

استفاده شده است.

[۱۵]. از فرمول‌های

$\sqrt{a^۲} - \sqrt{b^۲} = \sqrt{a^۲ + b^۲ - ۲ab} = a - b$ و $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a - ۲\sqrt{ab} + b}$ استفاده شده است.

[۱۶]. منظور رابطه‌های $\frac{a^۲}{b^۲} = \left(\frac{a}{b}\right)^۲$ و $\frac{a^۳}{b^۳} = \left(\frac{a}{b}\right)^۳$ است.

[۱۷]. $(۱۰ - ۲x) \div ۵ = \frac{۵ \times ۲}{۵} - \frac{۲x}{۵} = ۲ - \frac{۲}{۵}x$

[۱۸]. ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی برای تبدیل ضریب جملهٔ با درجه بزرگتر معادله به یک، از دو عمل ردّ و تکمیل استفاده می‌کرده‌اند. در صورتی که ضریب مجهول بزرگتر از یك بود، از عمل ردّ؛ و اگر کوچکتر از یك بود، از عمل تکمیل استفاده می‌کردند.

مثال: در معادلهٔ $۲x = ۸$ با عمل ردّ (تقسیم طرفین معادله بر ۲) به معادلهٔ $x = \frac{۸}{۲} = ۴$ می‌رسیم. در این صورت می‌گوییم ضریب مجهول را به عدد یك ردّ کرده‌ایم. در معادلهٔ $\frac{۱}{۲}x = ۸$ با عمل تکمیل (ضرب طرفین معادله در ۲) به معادلهٔ $x = ۸ \times ۲ = ۱۶$ می‌رسیم. در این صورت می‌گوییم ضریب مجهول را به عدد یك تکمیل کرده‌ایم. برای تکمیل معادلهٔ $\frac{۱}{۳}x^۲ + \frac{۱}{۴}x = ۵\frac{۱}{۲}$، طرفین معادله

را در ۳ ضرب می‌کنیم. بنابراین داریم: $x^۲+\frac{۳}{۴}x=\frac{۳۳}{۲}$.

[۱۹]. ابتدا ضرایب معادله را تجنیس می‌کنیم:

$$۲\frac{۱}{۴}x^۲=۱۰\frac{۱}{۳}x+۲۰\rightarrow\frac{۹}{۴}x^۲=\frac{۳۱}{۳}x+۲۰$$

سپس معادله را با ضرب طرفین آن در عدد چهار، تکمیل می‌کنیم:

$$\frac{۹}{۴}x^۲=\frac{۳۱}{۳}x+۲۰\xrightarrow{\times ۴}۹x^۲=\frac{۱۲۴}{۳}x+۸۰$$

اکنون معادله را با تقسیم طرفین آن بر عدد نه، به معادلهٔ جدید ردّ می‌کنیم:

$$۹x^۲=۴۱\frac{۱}{۳}x+۸۰\xrightarrow{\div ۹}x^۲=۴\frac{۱۶}{۲۷}x+۸\frac{۸}{۹}$$

[۲۰]. در اینجا دو نمونه معادله (از نوع مفردات) به صورت زیر آورده شده است.

$x^۲=۱۰x\rightarrow x=۱۰$ و $x^۲=x\rightarrow x=۱$

[۲۱]. به بیان امروزی $x^۲=a,(a>۰)\rightarrow x=\sqrt{a}$. مثلاً $x^۲=۱۶\rightarrow x=\sqrt{۱۶}=۴$.

[۲۲]. منظور جواب معادلهٔ $ax=b$ است که برابر با $x=\frac{b}{a}$ می‌باشد.

[۲۳]. اشاره به چگونگی حل دو نوع معادلهٔ (از نوع مقترنات)

$x^۲=ax+b$ و $x^۲+ax=b$

شده است که هر دوی آن‌ها از طریق تبدیل یک طرف معادله به مربّع کامل حل می‌شوند. بـرای حل معادلهٔ $x^۲+ax=b$ به طرفین تساوی مربّع نصف ضریب جملهٔ ax (یعنی a) را اضافه مـی‌کنیم تا طرف اوّل معادله تبدیل به مربع کامل شود.

$$x^۲+ax=b\xrightarrow{+\frac{۱}{۴}a^۲}x^۲+ax+\frac{۱}{۴}a^۲=b+\frac{۱}{۴}a^۲\rightarrow(x+\frac{۱}{۲}a)^۲=\frac{۴b+a^۲}{۴}$$

در صورتی که $۴b+a^۲\geq ۰$، با گرفتن جذر از طرفین معادله و ساده کردن، ریشهٔ معادله به دسـت می‌آید.

$$x+\frac{۱}{۲}a=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴b+a^۲}\rightarrow x=-\frac{۱}{۲}a+\frac{۱}{۲}\sqrt{۴b+a^۲}$$

این شیوه همان شیوهٔ متداول کنونی (روش دلتا) است که برای حـل معادلـهٔ متعـارف درجـهٔ دوم $ax^۲+bx+c=۰\ (a\neq ۰)$ از رابطهٔ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^۲-۴ac}}{۲a}$ استفاده می‌شود.

معادلهٔ دیگر نیز به همین شیوه حل می‌شود.

[۲۴]. **مثال اوّل:** طبق فرضیات مسئله باید معادلهٔ $x^۲+۱۰x=۳۹$ را حل کنیم.

$$x^۲+۱۰x=۳۹\rightarrow x^۲+۱۰x+۲۵=۳۹+۲۵\rightarrow(x+۵)^۲=۶۴\rightarrow$$
$$x+۵=۸\rightarrow x=۸-۵=۳$$

از ریشهٔ منفی صرف‌نظر شده است ($x+5=-8 \rightarrow x=-8-5=-13$).

[۲۵]. **مثال دوم:** طبق فرضیات مسئله باید معادلهٔ $x^2=10x+24$ را حل کنیم.

$$x^2=10x+24 \rightarrow x^2-10x=24 \rightarrow x^2-10x+25=24+25 \rightarrow (x-5)^2=49 \rightarrow x-5=7 \rightarrow x=7+5=12$$

ریشهٔ منفی در نظر گرفته نشده است ($x-5=-7 \rightarrow x=-7+5=-2$).

[۲۶]. **مثال سوم:** طبق فرضیات مسئله باید معادلهٔ $x^2+21=10x$ را حل کنیم.

$$x^2+21=10x \rightarrow x^2-10x=-21 \rightarrow x^2-10x+25=-21+25 \rightarrow (x-5)^2=4$$

$$\rightarrow \begin{cases} x-5=2 \rightarrow x=2+5=7 \\ x-5=-2 \rightarrow x=-2+5=3 \end{cases}$$

[۲۷]. در اغلب کتاب‌هایی که در مورد حساب نوشته شده، از جمله کتاب‌های جبر و مقابلهٔ خوارزمی، مفتاح الحساب کاشانی و عیون الحساب محمد باقر یزدی در پایان مباحث کتاب مسائلی به عنوان نمونه آورده شده است. نصیرالدین طوسی هم در این قسمت رساله‌اش بیست مسئله، در موضوعات مختلف از جمله هندسه، معاملات و علم فرائض (مسائل ارث و وصیت) آورده است.

[۲۸]. **مسئلهٔ اوّل:** عدد مجهول را x فرض می‌کنیم. پس طبق صورت مسئله به معادلهٔ $x.2x=2(x+2x)$ می‌رسیم.

$$x.2x=2(x+2x) \rightarrow 2x^2=6x \rightarrow x^2=3x \rightarrow x=3$$

طوسی در پایان با جاگذاری جواب، درستی آن را بررسی کرده است.

[۲۹]. **مسئلهٔ دوم:** عدد مجهول را x فرض می‌کنیم. پس طبق صورت مسئله به معادلهٔ $10+x^2-30=5$ می‌رسیم.

$$10+x^2-30=5 \rightarrow x^2+10=35 \rightarrow x^2=25 \rightarrow x=5$$

ریشهٔ منفی در نظر گرفته نشده است.

[۳۰]. **مسئلهٔ سوم:** یکی از دو قسمت مجهول عدد ده را x فرض می‌کنیم. بنابراین قسمت دیگر $10-x$ می‌شود. پس باید معادلهٔ $4\times x=6(10-x)$ را حل کنیم.

$$4\times x=6(10-x) \rightarrow 4x=60-6x \rightarrow 10x=60 \rightarrow x=6$$

[۳۱]. **مسئلهٔ چهارم:** یکی از دو قسمت مجهول عدد ده را x فرض می‌کنیم. بنابراین قسمت دیگر $10-x$ می‌شود. بنابراین طبق صورت مسئله به معادلهٔ $x\times x+x\times\frac{1}{2}(10-x)=12$ می‌رسیم. برای حل ابتدا معادله را ساده می‌کنیم.

$$x^2+5x-\frac{1}{2}x^2=12 \rightarrow \frac{1}{2}x^2+5x=12 \xrightarrow{\times 2} x^2+10x=24$$

برای حل آن چنین عمل می‌کنیم:

$$x^{۲}+۱۰x=۲۴\rightarrow x^{۲}+۱۰x+۲۵=۲۴+۲۵\rightarrow (x+۵)^{۲}=۴۹$$
$$\rightarrow x+۵=۷\rightarrow x=۷-۵=۲$$

از ریشهٔ دیگر معادله ($x-۵=-۷\rightarrow x=-۷-۵=-۱۲$) صرف‌نظر شده است.

[۳۲]. **مسئلهٔ پنجم**: یکی از دو قسمت مجهول عدد ده را x فرض می‌کنیم. بنابراین قسمت دیگر $۱۰-x$ می‌شود. بنابراین طبق صورت مسئله باید معادلهٔ $۲[x\times x+۳\times(۱۰-x)]=۶۰$ را حل کنیم. برای این کار ابتدا معادله را ساده می‌کنیم.

$$۲[x\times x+۳\times(۱۰-x)]=۶۰\rightarrow ۲\left[x^{۲}+۳۰-۳x\right]=۶۰\rightarrow ۲x^{۲}+۶۰-۶x=۶۰$$
$$\rightarrow ۲x^{۲}=۶x\rightarrow x^{۲}=۳x\xrightarrow{x\neq ۰}x=۳$$

[۳۳]. **مسئلهٔ ششم**: عدد مجهول را x فرض می‌کنیم، بنابراین طبق فرض مسئله داریم:

$$x.\frac{۱}{۲}x+۱۲=۵x\rightarrow \frac{۱}{۲}x^{۲}+۱۲=۵x\rightarrow x^{۲}+۲۴=۱۰x$$

برای حل آن چنین عمل می‌کنیم:

$$x^{۲}+۲۴=۱۰x\rightarrow x^{۲}-۱۰x=-۲۴\rightarrow x^{۲}-۱۰x+۲۵=-۲۴+۲۵=۱$$
$$\rightarrow (x-۵)^{۲}=۱\rightarrow \begin{cases} x-۵=۱\rightarrow x=۱+۵=۶ \\ x-۵=-۱\rightarrow x=-۱+۵=۴ \end{cases}$$

[۳۴]. **مسئلهٔ هفتم**: عدد مجهول را x فرض می‌کنیم. پس طبق صورت مسئله به معادلهٔ

$$۲[x\times ۵+۴۲]=x\times ۴x$$

می‌رسیم. ابتدا آن را ساده می‌کنیم:

$$۲[x\times ۵+۴۲]=x\times ۴x\rightarrow ۱۰x+۸۴=۴x^{۲}$$

اکنون برای حل آن چنین عمل می‌کنیم:

$$۱۰x+۸۴=۴x^{۲}\rightarrow x^{۲}=\frac{۵}{۲}x+۲۱\rightarrow x^{۲}-\frac{۵}{۲}x+(\frac{۵}{۴})^{۲}=۲۱+(\frac{۵}{۴})^{۲}$$
$$\rightarrow (x-\frac{۵}{۴})^{۲}=۲۱\frac{۲۵}{۱۶}=\frac{۳۶۱}{۱۶}\rightarrow x-\frac{۵}{۴}=\frac{۱۹}{۴}=۴\frac{۳}{۴}\rightarrow x=۴\frac{۳}{۴}+\frac{۵}{۴}=۶$$

[۳۵]. **مسئلهٔ هشتم:**[۱] فرض می‌کنیم دارایی زید برابر با x و دارایی عمرو برابر با ۳ (مضربی از ۳) باشد. بنابراین

قیمت خاتم = یک سوم مال عمرو + مال زید $= x+۱$

و نیز

۱. مشابه این مسئله، در مسائل ۴ و ۵ رسالة في طريق المسائل العددية شرف‌الدین سمرقندی و در لبّ الحساب علی بن یوسف بن علی منشی و مسئلهٔ ۲۱ از فصل اول از باب چهارم مقالهٔ پنجم مفتاح الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی وجود دارد.

قیمت خاتم = یک چهارم مال زید + مال عمرو $= \frac{۱}{۴}x + ۳$

پس

$$x + ۱ = ۳ + \frac{۱}{۴}x \rightarrow \frac{۳}{۴}x = ۲ \rightarrow x = \frac{۸}{۳} = ۲\frac{۲}{۳}$$

با ضرب هر یک از مقادیر در عدد ۳، داریم:

مال زید $= x = \frac{۸}{۳} \xrightarrow{\times ۳}$ ۸ = مال زید

مال عمرو $= ۳ \xrightarrow{\times ۳}$ ۹ = مال عمرو

قیمت خاتم $= x + ۱ = \frac{۸}{۳} + ۱ = \frac{۱۱}{۳} \xrightarrow{\times ۳}$ ۱۱ = قیمت خاتم

بنابراین مال زید ۸ درهم و مال عمرو ۹ درهم و قیمت خاتم ۱۱ درهم بوده است.

[۳۶]. **مسئلهٔ نهم:** فرض می‌کنیم سرمایهٔ تاجر x درهم باشد. چون بار اوّل به میزان $x + ۱$ درهم سود کرده، پس سرمایهٔ او اکنون $۲x + ۱$ درهم است.

سرمایه پس از تجارت بار اول $= x + (x + ۱) = ۲x + ۱$

بار دوم، دو درهم اضافه بر سرمایه‌اش سود کرده است. پس

کل سرمایه پس از تجارت بار دوم $= (۲x + ۱) + (۲x + ۱) + ۲ = ۴x + ۴$

بنابراین در پایان تجارت بار دوم سرمایهٔ او به $۴x + ۴$ افزایش می‌یابد.

بار سوم سه درهم اضافه بر سرمایه‌اش سود کرده است. پس

کل سرمایه پس از تجارت بار سوم $= (۴x + ۴) + (۴x + ۴) + ۳ = ۸x + ۱۱$

بنابراین در پایان تجارت بار سوم سرمایهٔ او به $۸x + ۱۱$ افزایش می‌یابد.

طبق فرض مسئله، سرمایهٔ تاجر در پایان تجارت بار سومش ۱۰ برابر سرمایهٔ اوّلیه‌اش شده است. بنابراین به معادلهٔ

$$۸x + ۱۱ = ۱۰x$$

می‌رسیم. پس با حل آن مقدار سرمایهٔ اوّلیهٔ تاجر مشخص می‌شود.

$$۸x + ۱۱ = ۱۰x \rightarrow ۲x = ۱۱ \rightarrow x = ۵\frac{۱}{۲}$$

بنابراین او در ابتدا ۵/۵ درهم داشته است.

[۳۷]. **مسئلهٔ دهم:** سهم الارث یک پسر را x و کل مال متوفی را ۱۰ (مضربی از ۱۰) فرض می‌کنیم. بنابراین سهم الارث سه پسر برابر با $۳x$ و سهم موصی له برابر با

$$x - \frac{۱}{۱۰}(۱۰) = x - ۱$$

می‌شود. بنابراین کل ارثیهٔ متوفی برابر با

$$3x+(x-1)=4x-1$$

می‌شود. از طرفی کل مال متوفی را ۱۰ فرض کرده بودیم. بنابراین

$$4x-1=10 \rightarrow 4x=11 \rightarrow x=\frac{11}{4}=2\frac{3}{4}$$

بنابراین با ضرب هر یک از مقادیر در عدد ۴ داریم:

۴۰ = کل ارثیه $\xrightarrow{\times 4}$ ۱۰ = کل ارثیه

۱۱ = سهم الارث هر پسر $\xrightarrow{\times 4}$ $x=\frac{11}{4}$ = سهم الارث هر پسر

۷ = سهم موصی له $\xrightarrow{\times 4}$ $x-1=\frac{11}{4}-1=\frac{7}{4}$ = سهم موصی له

بنابراین کل ارثیهٔ متوفی ۴۰ درهم و سهم الارث هر پسر ۱۱ درهم و سهم الارث موصی له ۷ درهم بوده است. توجه شود که در این مسئله و مسئله‌های مشابه، جواب‌ها در واقع کوچکترین جواب‌های صحیح ممکن هستند. با ضرب کردن جواب‌ها در عدد مشترک، جواب‌های دیگر هم حاصل خواهد شد. در این مسئله هم مثلاً با دو برابر کردن همهٔ جواب‌ها شرط مسئله صادق خواهد ماند.

[۳۸]. **مسئلهٔ یازدهم**: در اینجا هم مثل مسئلهٔ قبل سه پسر از متوفی مانده است. سهم الارث یک پسر را x فرض می‌کنیم. پس سهم الارث سه پسر برابر با $3x$ می‌شود. چون باقیماندهٔ سهم الارث دو بار باید ثلث شود، بنابراین آن را عددی مضرب ۹ در نظر می‌گیریم. پس کل سرمایه را $3x+9$ فرض می‌کنیم. بنابراین یک سوم مال برابر با $x+3$ و یک سوم مال بعد از کم کردن سهم پسر از یک سوم مال برابر با ۳ و یک سوم آنچه از یک سوم مال بعد از کم کردن سهم پسر از یک سوم مال باقی می‌ماند برابر با یک و در نتیجه سهم موصی له برابر با $x-1$ می‌شود. بنابراین کل ارثیهٔ متوفی برابر با $4x-1$ می‌شود. یعنی

$4x-1=3x+(x-1)$ = سهم موصی له + سهم سه پسر = کل ارثیه

از طرفی کل ارثیهٔ متوفی برابر با $3x+9$ فرض شده، بنابراین

$$4x-1=3x+9 \rightarrow x=10$$

پس سهم الارث هر پسر، ۱۰ درهم؛ و کل ارثیهٔ متوفی، ۳۹ درهم؛ و سهم الارث موصی له، ۹ درهم بوده است.

[۳۹]. **مسئلهٔ دوازدهم**: سهم الارث پسر را x و یک سوم مال را $x+2$ فرض می‌کنیم. پس کل مال $3x+6$ می‌شود. چون سهم الارث یک دختر نصف سهم الارث پسر است، بنابراین سهم الارث یک دختر برابر با $\frac{1}{2}x$ می‌شود.

سهم موصی له اوّل: چون یک سوم مال را $x+2$ فرض کرده‌ایم، بنابراین آنچه از یک سوم مال بعد از جدا کردن سهم الارث پسر باقی می‌ماند، برابر با ۲ و نصف آن یک است. بنابراین سهم

موصی له اوّل برابر با $x-۱$ می‌شود.

سهم موصی له دوم: چون کل مال $۳x+۶$ است، بنابراین ربع مال برابر با $\frac{۳}{۴}x+\frac{۳}{۲}$ می‌شود.

پس آنچه از یک چهارم مال بعد از جدا کردن سهم الارث دختر باقی می‌ماند، برابر با

$$\frac{۳}{۲}+x\frac{۱}{۴}=x\frac{۱}{۲}-\frac{۳}{۲}+x\frac{۳}{۴}= \text{ربع مال منهای سهم الارث دختر}$$

است. پس یک سوم آنچه از یک چهارم مال بعد از جدا کردن سهم الارث دختر باقی می‌ماند، برابرست با

$$\frac{۱}{۳}\left(\frac{۱}{۴}x+\frac{۳}{۲}\right)=\frac{۱}{۱۲}x+\frac{۱}{۲}$$

پس سهم موصی له دوم برابر است با:

یک سوم آنچه از یک چهارم مال بعد از جدا کردن سهم دختر باقی می‌ماند − سهم دختر = سهم موصی له دوم

$$=\frac{۱}{۲}x-\left(\frac{۱}{۱۲}x+\frac{۱}{۲}\right)=\frac{۵}{۱۲}x-\frac{۱}{۲}$$

و اما سهم موصی له سوم: چون کل مال $۳x+۶$ است، بنابراین

$$\frac{۱}{۶}(۳x+۶)=\frac{۱}{۲}x+۱ = \text{یک ششم مال}$$

می‌شود. از طرف دیگر سهم الارث پسر برابر با x و سهم الارث دختر برابر با $\frac{۱}{۲}x$ است، بنابراین مجموع سهم الارث آن‌ها برابر با

$$x+\frac{۱}{۲}x=\frac{۳}{۲}x$$

می‌شود. چون سهم موصی له سوم برابر با تفاضل سهم الارث پسر و دختر منهای یک ششم مال است، پس

$$x-۱=\left(\frac{۱}{۲}x+۱\right)-\frac{۳}{۲}x = \text{یک ششم مال − مجموع سهم الارث پسر و دختر = سهم موصی له سوم}$$

بنابراین کل سهم الارث فرزندان و سهم سه موصی له برابر است با:

$$x+\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۲}x+(x-۱)+\left(\frac{۵}{۱۲}x-\frac{۱}{۲}\right)+(x-۱)=۴\frac{۵}{۱۲}x-\frac{۵}{۲}$$

که برابر با کل مال، یعنی $۳x+۶$ می‌باشد. بنابراین

$$۴\frac{۵}{۱۲}x-\frac{۵}{۲}=۳x+۶\rightarrow ۱\frac{۵}{۱۲}x=۶\frac{۵}{۲}=۸\frac{۱}{۲}\rightarrow\frac{۱۷}{۱۲}x=\frac{۱۷}{۲}\rightarrow\frac{۱}{۱۲}x=\frac{۱}{۲}\rightarrow x=۶$$

بنابراین سهم یک پسر شش درهم و کل ارثیه **۲۴** درهم و سهم هر یک از دو دختر سه درهم است.

سهم موصی له اوّل ۵ درهم ($x-۱=۶-۱=۵$)؛ و سهم موصی له دوم ۲ درهم ($\frac{۵}{۱۲}x-\frac{۱}{۲}=\frac{۵}{۱۲}(۶)-\frac{۱}{۲}=\frac{۲۴}{۱۲}=۲$)؛ و سهم موصی له سوم نیز ۵ درهم ($x-۱=۶-۱=۵$) می‌شود.

[۴۰]. **مسئلهٔ سیزدهم:** مال اوّلی را x فرض می‌کنیم. بنابراین

$$۱۲-\frac{۱}{۳}x = \text{مال دومی}$$

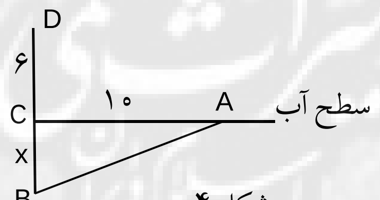
$$x=۱۱-\frac{۱}{۲}(۱۲-\frac{۱}{۳}x)=۱۱-۶+\frac{۱}{۶}x=۵+\frac{۱}{۶}x = \text{مال اولی}$$

است. پس طبق فرض مسئله داریم:

$$۵+\frac{۱}{۶}x=x\rightarrow\frac{۵}{۶}x=۵\rightarrow x=۶$$

پس اوّلی شش درهم و دومی ده درهم ($x=۶\rightarrow ۱۲-\frac{۱}{۳}(۶)=۱۲-۲=۱۰$) داشته‌اند.

[۴۱]. **مسئلهٔ چهاردهم:**[۱] مطابق شکل زیر مقداری از نیزه، که در حالت عمودی زیر آب قرار دارد، را x فرض می‌کنیم.



شکل ۴

بنابر شکل ۴، طبق فرض مسئله BD طول نیزه در حالت قائم برابر با

$$BD=x+۶$$

است. از طرف دیگر در حالتی که نیزه زیر آب قرار می‌گیرد (پاره خط AB)، فاصلهٔ انتهای نیزه تا امتداد نوک آن ده واحد است. پس در مثلث قائم الزاویهٔ ABC، بنابر قضیهٔ فیثاغورس داریم:

---

۱. این مسئله مشابه مسئلهٔ ۴۲ مفتاح المعاملات در قالب درخت است. این مسئله در متن‌های ریاضی چینی و در کتاب ریاضی ژانگ کیو جیان (Zhang Qiu Jian) در قالب نی خم شده آمده است. در ریاضیّات هند هم این مسئله در کتاب ریاضی بهاسکرا (۱۱۱۴–ح. ۱۱۸۵ م) به نام لیلاوتی آمده که در قالب نهال نیلوفر است. همچنین در داستانی به نام کاواناگ (Kavanagh) از هنری وردورث لانگ فلو (Henry Wordworth Longfellow (۱۸۰۷–۱۸۸۲ م)) شاعر آمریکایی هم آمده است. سام لوید (Sam Loyd (۱۸۴۱–۱۹۱۱ م)) معما پرداز آمریکایی نوشته است که با لانگ فلو دربارهٔ این معما با نام «نیلوفر آبی» بحث کرده است (سرگرمی‌های ریاضی در مفتاح المعاملات حاسب طبری، صص ۳۱ و ۳۲). همچنین غیاث‌الدین جمشید کاشانی در فصل سوم از باب چهارم مقالهٔ پنجم مفتاح الحساب به این مسئله پرداخته است و سه مسئله در حالت عمود بودن نیزه، مایل بودن آن و مایل بودن نیزه تحت زاویهٔ ۴۵ درجه را مورد بحث قرار داده است.

$$AB^{۲} = AC^{۲} + BC^{۲} \rightarrow AB^{۲} = ۱۰۰ + x^{۲}$$

چون $BD = AB$، داریم:

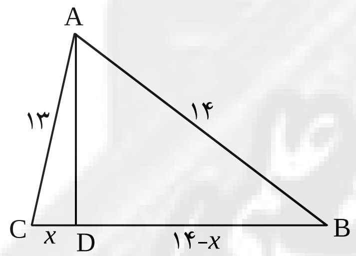
$$(x+۶)^{۲} = x^{۲} + ۱۰۰$$

اکنون معادلهٔ حاصل را ساده و حل می‌کنیم.

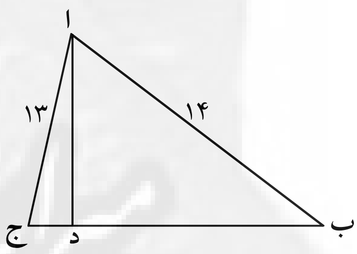
$$(x+۶)^{۲} = x^{۲} + ۱۰۰ \rightarrow x^{۲} + ۱۲x + ۳۶ = x^{۲} + ۱۰۰ \rightarrow ۱۲x = ۶۴ \rightarrow x = \frac{۶۴}{۱۲} = ۵\frac{۱}{۳}$$

بنابراین طول نیزه برابر با $۶+۵\frac{۱}{۳}=۱۱\frac{۱}{۳}$ ذراع است.

[۴۲]. **مسئلهٔ پانزدهم:**[۱] فرض می‌کنیم فاصلهٔ پای عمود[۲] AD از رأس C برابر x باشد. پس در مثلث قائم الزاویهٔ ACD، بنابر قضیهٔ فیثاغورس داریم:



شکل ۶



شکل ۵

$$AC^{۲} = AD^{۲} + CD^{۲} \rightarrow AD^{۲} = AC^{۲} - CD^{۲} \rightarrow AD^{۲} = ۱۶۹ - x^{۲} \qquad (۱)$$

از طرف دیگر $BC = ۱۴$ و $CD = x$، پس $BD = ۱۴ - x$. بنابراین در مثلث قائم الزاویهٔ ADB، بنابر قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$AB^{۲} = AD^{۲} + BD^{۲} \rightarrow AD^{۲} = AB^{۲} - BD^{۲} \rightarrow AD^{۲} = ۲۲۵ - (۱۴ - x)^{۲} \rightarrow$$

$$AD^{۲} = ۲۲۵ - ۱۹۶ + ۲۸x - x^{۲} \rightarrow AD^{۲} = ۲۹ + ۲۸x - x^{۲} \qquad (۲)$$

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم که:

$$۱۶۹ - x^{۲} = ۲۹ + ۲۸x - x^{۲} \rightarrow ۱۶۹ = ۲۹ + ۲۸x \rightarrow ۱۴۰ = ۲۸x \rightarrow x = ۵$$

بنابراین $CD = ۵$ و $BD = ۹$. پس طول عمود AD از رابطهٔ (۱) برابر است با:

$$AD^{۲} = ۱۶۹ - ۲۵ = ۱۴۴ \rightarrow AD = ۱۲$$

۱. مشابه این مسئله، در سؤال ۱۲ رسالة في طريق المسائل العددية شرف‌الدين سمرقندی و در لبّ الحساب علی بن یوسف بن علی منشی وجود دارد.

۲. در متن عربی واژهٔ «مسقط الحجر» آمده است که بیرونی در کتاب التفهیم آن را این طور تعریف کرده است: «مسقط حجر آن نقطه است از قاعده که عمود بدو رسد» (بیرونی، ص ۱۰).

[۴۳]. حساب درم و دینار

ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی برای حل معادلاتی که دارای بیش از یک مجهول بوده است (معادلات سیّاله)، برای نام‌گذاری مجهولات از الفاظ مختلفی استفاده می‌کرده‌اند. بیرونی در کتاب التّفهیم در مورد حساب درم و دینار گوید: «این حسابی است از جبر و مقابله بیرون آورده. و گاه‌گاه شیءهای مجهول بیشتر از یکی باشند، پس لقب و نام باید کردن تا به هم نیامیزد. گروهی چون هندوان شیءها را گونه دهند و بگویند، شیء ساده و شیء کبود و شیء زرد و شیء سرخ». (بیرونی، ص ۵۱).

چلبی گوید: «حساب درهم و دینار و فلس شعبه‌ای از علم حساب است که به وسیلهٔ آن مجهولات عددی (را در معادلاتی) که مجهولاتش بیش از معادلات جبری باشد، استخراج کنند و مجهولات را به نام درهم و دینار و فلس نامند. ابن فلوس اسماعیل بن ابراهیم بن غازی ماردینی (۶۳۷ هـ.ق) در این مسئله کتابی دارد و نیز در این موضوع الكافي في الحساب از کرجی و مختصر آن از سموئل بن یحیی بن عباس مغربی اسرائیلی (۵۷۶ هـ.ق) تألیف شده است» (حاجی خلیفه، جلد ۱، ستون ۶۶۴).

[۴۴]. مسئلهٔ شانزدهم: فرض می‌کنیم مقدار مالی که اوّلی و دومی و سومی ربوده‌اند، به ترتیب x، y و z باشد. پس کل مال برابر

$$a = x+y+z \qquad (۱)$$

می‌شود. آنچه توسط اوّلی و دومی و سومی به قاضی بازگردانده شده است به ترتیب برابر با $\frac{1}{2}x$، $\frac{1}{3}y$ و $\frac{1}{6}z$ است و مجموع کل مال بازگردانده شده به قاضی برابر با

$$\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{6}z \qquad (۲)$$

است. پس اگر این مقدار را بین سه نفر به تساوی تقسیم کنیم،

$$\text{سهم هر فرد} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{3}y+\frac{1}{6}z\right)=\frac{1}{6}x+\frac{1}{9}y+\frac{1}{18}z \qquad (۳)$$

می‌شود. پس

$$\text{سهم اوّلی} = \frac{1}{2}x+\left(\frac{1}{6}x+\frac{1}{9}y+\frac{1}{18}z\right)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}y+\frac{1}{18}z \qquad (۴)$$

خواهد شد. این مقدار نصف کل مال است، پس

$$\frac{1}{2}a=\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}y+\frac{1}{18}z \qquad (۵)$$

از طرفی بنابر رابطهٔ (۱) داریم:

$$a=x+y+z \rightarrow \frac{1}{2}a=\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z \qquad (۶)$$

از رابطه‌های (۵) و (۶) نتیجه می‌گیریم که:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{۱}{۲}a=\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۲}y+\frac{۱}{۲}z\\ \frac{۱}{۲}a=\frac{۲}{۳}x+\frac{۱}{۹}y+\frac{۱}{۱۸}z\end{array}\right\}\rightarrow\frac{۲}{۳}x-\frac{۱}{۲}x=\frac{۱}{۲}y-\frac{۱}{۹}y+\frac{۱}{۲}z-\frac{۱}{۱۸}z\rightarrow\frac{۱}{۶}x=\frac{۷}{۱۸}y+\frac{۸}{۱۸}z$$

بنابراین

$$x=۲\frac{۱}{۳}y+۲\frac{۲}{۳}z \qquad (۷)$$

پس بنابر رابطۀ (۱) داریم:

$$a=x+y+z=۲\frac{۱}{۳}y+۲\frac{۲}{۳}z+y+z=۳\frac{۱}{۳}y+۳\frac{۲}{۳}z \qquad (۸)$$

از رابطه‌های (۲) و (۷) کل مال‌های بازگردانده شده به قاضی به دست می‌آید که برابر است با:

$$\frac{۱}{۲}x+\frac{۱}{۳}y+\frac{۱}{۶}z=\frac{۱}{۲}\left(۲\frac{۱}{۳}y+۲\frac{۲}{۳}z\right)+\frac{۱}{۳}y+\frac{۱}{۶}z=۱\frac{۱}{۲}y+۱\frac{۱}{۲}z \qquad (۹)$$

باقیماندۀ مال دومی بعد از بازگرداندن مال ربوده شده برابر است با:

$$y-\frac{۱}{۳}y=\frac{۲}{۳}y \qquad (۱۰)$$

بنابراین کل مال دومی برابر است با باقیماندۀ مال پس از بازگرداندن مال ربوده شده و یک سوم کل مال‌های بازگردانده شده که قاضی به وی مسترد نموده است. بنابراین:

$$\frac{۲}{۳}y+\frac{۱}{۳}\left(۱\frac{۱}{۲}y+۱\frac{۱}{۲}z\right)=\frac{۲}{۳}y+\frac{۱}{۲}y+\frac{۱}{۲}z=۱\frac{۱}{۶}y+\frac{۱}{۲}z \qquad (۱۱)$$

این مقدار یک سوم کل مال است. پس کل مال برابر است با:

$$\frac{۱}{۳}a=۱\frac{۱}{۶}y+\frac{۱}{۲}z\rightarrow a=۳\frac{۱}{۲}y+\frac{۳}{۲}z \qquad (۱۲)$$

پس از رابطه‌های (۸) و (۱۲) داریم:

$$\left.\begin{array}{l}a=۳\frac{۱}{۳}y+۳\frac{۲}{۳}z\\ a=۳\frac{۱}{۲}y+\frac{۳}{۲}z\end{array}\right\}\rightarrow ۳\frac{۱}{۳}y+۳\frac{۲}{۳}z=۳\frac{۱}{۲}y+\frac{۳}{۲}z\rightarrow\frac{۱}{۶}y=\frac{۱۳}{۶}z\rightarrow y=۱۳z \qquad (۱۳)$$

از رابطه‌های (۷) و (۱۳) مقدار **x** بر حسب **z** به دست می‌آید:

$$x=۲\frac{۱}{۳}y+۲\frac{۲}{۳}z\rightarrow x=\frac{۷}{۳}(۱۳z)+\frac{۸}{۳}z=\frac{۹۹}{۳}z\rightarrow x=۳۳z \qquad (۱۴)$$

بنابراین کل مقدار مال، a، از رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) به دست می‌آید:

$$a=x+y+z=۳۳z+۱۳z+z=۴۷z \qquad (۱۵)$$

پس با فرض $z=۶$، داریم[۱]:

$$(۱۶)\quad z=۶\rightarrow\begin{cases}x=۳۳z=۳۳(۶)=۱۹۸\\ y=۱۳z=۱۳(۶)=۷۸\end{cases}$$

بنابراین مالی که هر یک از افراد ربوده‌اند به ترتیب برابر با ۱۹۸، ۷۸ و ۶ درهم و مجموع مال‌های ربوده شده برابر با ۲۸۲ درهم است. آنچه هر یک از نفرات اوّل، دوم و سوم به قاضی بازگردانده‌اند برابر است با:

$$\text{بازگردانندهٔ اوّلی} = \frac{۱}{۲}x=\frac{۱}{۲}(۱۹۸)=۹۹$$

$$\text{بازگردانندهٔ دومی} = \frac{۱}{۳}y=\frac{۱}{۳}(۷۸)=۲۶$$

$$\text{بازگردانندهٔ سومی} = \frac{۱}{۶}z=\frac{۱}{۶}(۶)=۱$$

$$\text{مجموع مقادیر بازگردانده شده به قاضی} = ۹۹+۲۶+۱=۱۲۶$$

چون قاضی یک سوم مقدار بازگردانده شدهٔ کل را به هر فرد بخشیده است، پس سهم هر یک از مال بازگردانده شده برابر با ۴۲ درهم است. بنابراین سهم هر یک از افراد به صورت زیر مشخص می‌شود:

$$\text{سهم اوّلی} = ۱۹۸-۹۹+۴۲=۱۴۱$$

$$\text{سهم دومی} = ۷۸-۲۶+۴۲=۹۴$$

$$\text{سهم سومی} = ۶-۱+۴۲=۴۷$$

$$\text{کل مال} = ۱۴۱+۹۴+۴۷=۲۸۲$$

[۴۵]. مسئلهٔ هفدهم: نصف مالی که دومی بدهکار اوّلی است را x فرض می‌کنیم. پس طبق فرض مسئله، مالی که اوّلی بدهکار دومی است $۱۰-x$ و مالی که دومی بدهکار اوّلی است $۲x$ است. از طرف دیگر بنا به گفتهٔ دومی، مقدار مالی که بدهکار اوّلی است، ده دینار منهای یک سوم مالی است که اوّلی بدهکار اوست. بنابراین

$$\text{مالی که دومی بدهکار اوّلی است} = ۱۰-\frac{۱}{۳}(۱۰-x)$$

پس با مساوی قرار دادن مقدار بدهکاری دومی نسبت به اوّلی داریم:

$$۲x=۱۰-\frac{۱}{۳}(۱۰-x)$$

معادلهٔ حاصل را ساده و سپس حل می‌کنیم. بنابراین:

$$۲x=۱۰-\frac{۱۰}{۳}+\frac{۱}{۳}x\rightarrow ۲x-\frac{۱}{۳}x=۱۰-\frac{۱۰}{۳}\rightarrow\frac{۵}{۳}x=\frac{۲۰}{۳}\rightarrow x=۴$$

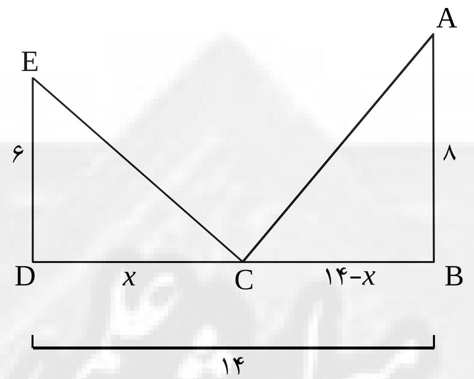
در نتیجه

۱. عدد شش را به این دلیل در نظر می‌گیریم که بر عددهای دو، سه و شش بخش‌پذیر باشد.

۶ = ۴ − ۱۰ = مالی که اوّلی بدهکار دومی است

۸ = ۴×۲ = مالی که دومی بدهکار اوّلی است

[۴۶]. مسئلهٔ هجدهم:[۱] فرض می‌کنیم پاره خط‌های AB و ED به ترتیب درخت‌های به طول ۸ و ۶ ذراع باشند و نقاط A و E محل استقرار پرنده‌ها و نقطهٔ C محل قرار گرفتن ماهی باشد. طبق فرض مسئله طول پاره خط‌های EC و AC برابر است و طول پاره خط DB برابر با ۱۴ ذراع است. طول پاره خط DC را x فرض می‌کنیم. پس طول پاره خط BC برابر با $۱۴ - x$ خواهد بود.



شکل ۷

پس در مثلث قائم الزاویهٔ EDC بنابر قضیهٔ فیثاغورس داریم:

$$\triangle EDC: EC^۲ = ED^۲ + DC^۲ \rightarrow EC^۲ = ۶^۲ + x^۲ = ۳۶ + x^۲ \qquad (۱)$$

به همین ترتیب در مثلث قائم الزاویهٔ ABC داریم:

$$\Delta ABC: AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ \rightarrow AC^۲ = ۸^۲ + (۱۴ - x)^۲ = ۶۴ + ۱۹۶ - ۲۸x + x^۲ \qquad (۲)$$
$$\rightarrow AC^۲ = ۲۶۰ - ۲۸x + x^۲$$

بنابراین از رابطه‌های (۱) و (۲) داریم:

$$\left.\begin{array}{l} AC^۲ = ۳۶ + x^۲ \\ AC^۲ = ۲۶۰ - ۲۸x + x^۲ \end{array}\right\} \rightarrow ۳۶ + x^۲ = ۲۶۰ - ۲۸x + x^۲ \rightarrow ۲۸x = ۲۲۴ \rightarrow x = ۸$$

پس فاصلهٔ ماهی تا درخت شش ذراعی برابر با هشت ذراع و از درخت هشت ذراعی برابر با شش ذراع است. فاصله‌ای که هر یک از دو پرنده باید طی کند تا ماهی را شکار نماید برابر با ده

۱. این مسئله در کتاب الفوائد البهائیة فی القواعد الحسابیة ابن خوام بغدادی (۶۴۳-۷۲۸ ق) نیز وجود دارد. ابن خوام شاگرد خواجه نصیرالدین طوسی بوده است (قربانی، ص ۲۳). غیاث‌الدین جمشید کاشانی در فصل سوم از باب چهارم مقالهٔ پنجم (مسئلهٔ چهارم) از مفتاح الحساب به این مسئله پرداخته است. احتمال دارد کاشانی این مسئله را از البهائیه گرفته باشد، چون در مقدمهٔ این باب به صراحت می‌گوید که برخی مسائل را از این کتاب أخذ کرده است.

ذراع است. زیرا در مثلث قائم الزاویهٔ ABC داریم:

$$\Delta ABC : AC^{۲} = AB^{۲} + BC^{۲} \rightarrow AC^{۲} = ۸^{۲} + ۶^{۲} = ۶۴ + ۳۶ = ۱۰۰ \rightarrow AC = ۱۰$$

[۴۷]. مسئلهٔ نوزدهم: تعداد رمه‌های گلهٔ اول را x فرض می‌کنیم. چون تعداد رمه‌های گلهٔ دوم سه برابر اوّلی است، پس تعداد رمه‌های گلهٔ دوم برابر با $۳x$ است. و چون تعداد رمه‌های گلـهٔ سـوم سه برابر تعداد رمه‌های گلهٔ دوم است، پس تعداد رمه‌های گلهٔ سوم برابر بـا $۹x$ اسـت. خریـدار، دو سوم رمه‌های گلهٔ اوّل (یعنـی $\frac{۲}{۳}x$) و سـه چهـارم رمـه‌های گلـهٔ دوم (یعنـی $\frac{۳}{۴}(۳x)$) و پـنج ششـم رمه‌های گلهٔ سوم (یعنی $\frac{۵}{۶}(۹x)$) را خریده است، بنابراین

$$\text{تعداد کل رمه‌های خریداری شده} = \frac{۲}{۳}x + \frac{۹}{۴}x + \frac{۴۵}{۶}x = \frac{۱۲۵}{۱۲}x$$

از طرفی طبق فرض مسئله، خریدار کلاً **۱۲۵** رمه خریداری کرده است، بنابراین

$$\frac{۱۲۵}{۱۲}x = ۱۲۵ \rightarrow x = ۱۲$$

پس تعداد رمه‌های خریداری شده از هر گله توسط خریدار برابر است با:

$$\text{تعداد رمه‌های خریداری شده از گلهٔ اوّل} = \frac{۲}{۳}x = \frac{۲}{۳}(۱۲) = ۸$$

$$\text{تعداد رمه‌های خریداری شده از گلهٔ دوم} = \frac{۹}{۴}x = \frac{۹}{۴}(۱۲) = ۲۷$$

$$\text{تعداد رمه‌های خریداری شده از گلهٔ سوم} = \frac{۴۵}{۶}x = \frac{۴۵}{۶}(۱۲) = ۹۰$$

$$\text{تعداد کل رمه‌های خریداری شده} = ۸ + ۲۷ + ۹۰ = ۱۲۵$$

[۴۸]. مسئلهٔ بیستم: فرض می‌کنیم قیمت یک گوسفند برابر با x درهم باشد. پس طبـق فـرض مسئله، قیمت ده گوسفند از یک طرف برابر با $۱۰x$ و از طرف دیگر برابر با $۳x^{۲} + ۳$ اسـت. بنـابراین $۳x^{۲} + ۳ = ۱۰x$. برای حل این معادله که از نوع معادلات سـه‌گانهٔ مقترنـه اسـت، از روش تبـدیل بـه مربّع کامل استفاده می‌کنیم. برای این منظور ابتدا طرفین معادله را بر سه تقسیم می‌کنیم:

$$۳x^{۲} + ۳ = ۱۰x \xrightarrow{\div ۳} x^{۲} + ۱ = \frac{۱۰}{۳}x$$

بنابراین $x^{۲} - \frac{۱۰}{۳}x = -۱ \rightarrow x^{۲} - \frac{۱۰}{۳}x + \frac{۲۵}{۹} = -۱ + \frac{۲۵}{۹} \rightarrow \left(x - \frac{۵}{۳}\right)^{۲} = \frac{۱۶}{۹}$

با گرفتن جذر از طرفین تساوی و در نظر گرفتن ریشهٔ مثبت داریم:

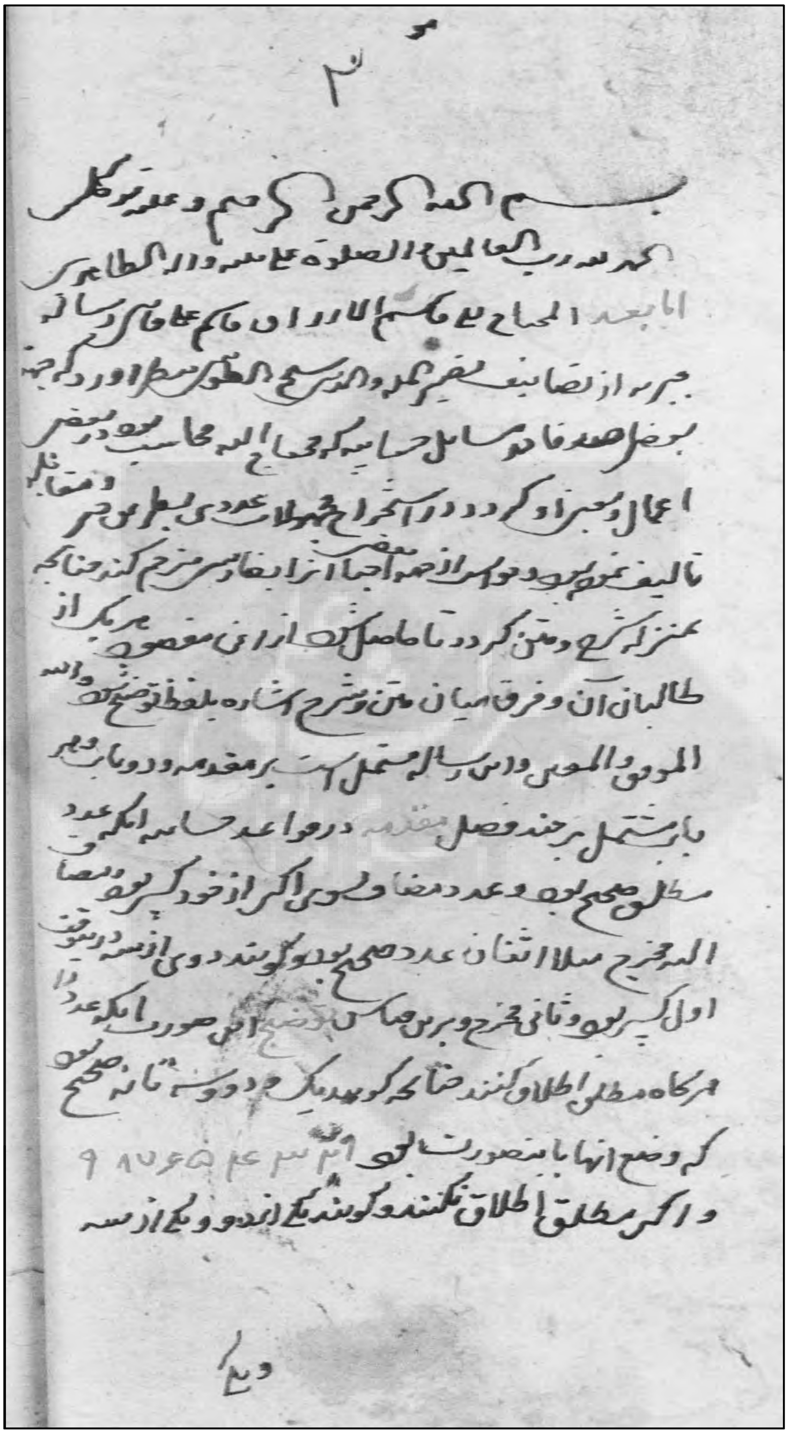
$$\left(x - \frac{۵}{۳}\right)^{۲} = \frac{۱۶}{۹} \rightarrow x - \frac{۵}{۳} = \frac{۴}{۳} \rightarrow x = \frac{۹}{۳} = ۳$$

بنابراین قیمت یک گوسفند سه درهم و قیمت ده گوسفند سی درهم است.

البته معادله جواب دیگر $x = \frac{۵}{۳} - \frac{۴}{۳} = \frac{۱}{۳}$ هم دارد که از آن صرف‌نظر شده است.


بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين
الحمد لله حمد الشاكرين والصلوة على نبيه محمد وآله الطاهرين وبعد فقد سألني بعض الفضلاء
ان اكتب له مختصرا في الحساب يحتوي على معرفة ما يحتاج اليه الحاسب في بعض اعماله ويعينه على استخراج المجهولات العددية
بطريق الجبر والمقابلة فكتبت هذه الرسالة راجيا ان ينتفع بها ويجعلها مقصوده والله الموفق والمعين
في فصول الرسالة تشتمل على بابين الباب الاول في قواعد الحساب وتشتمل على فصول مقدمة
العدد المطلق صحيح والمضاف الى عدد آخر منه كسر والعدد المضاف اليه مخرجه مثلا الاثنان عدد صحيح واذا قيس
الى الثلثة فقيل الاثنان من الثلثة صار الاثنان كسرا والثلثة مخرجه ويقال لهذا القياس نسبة والزيادة العدد
على عدد جمع فان كان على مثله مرة فهو تضعيف وان كان مرارا فهو ضرب لذلك العدد في عدد المرات والاول
مضروب والثاني مضروب فيه وضرب العدد في مثله تربيعه وفي مربعه تكعيبه وايضا يقال النقصان عدد من
عدد تفريق والتفريق الى مثلين تنصيف والى امثال قسمة ويقال حينئذ لذلك العدد مقسوم ولعدد الامثال
خارج قسمته ولكل مثل من تلك الامثال المقسوم عليه فكما ان الزيادة تقابل النقصان فالجمع تقابل التفريق و
التضعيف تقابل التنصيف والضرب تقابل القسمة وهذه ابواب لا بد للحاسب من العلم بها فيما يحاوله من صناعته
الفصل الاول في ضبط الاعداد وذكر الاعمال لما كانت مراتب الاعداد في التزايد وكثرة [illegible] الباقي
[illegible] الى حد تقف عنده [illegible] في منازل تتكرر للضبط وهي الاحاد والعشرات والمئات ويسمى ذ
المنازل بانضمام الالوف اليها مترابع الى غير نهاية فيقال احاد الوف وعشرات الوف ومئات الوف ثم تتضاعف
الالوف وتتكرر المنازل مترادفة فاذا اطلق [illegible] الاعداد كانت في التزايد واذا نسب الواحد اليها كانت
في التناقص ولا يقع في الصحاح في ابواب الزيادة كالجمع والتضعيف والضرب كسر ولا في التفريق وقد يقع في التنصيف
اذا كان العدد فردا كسر النصف وفي القسمة اذا بقي بعد نقصان الامثال من المقسوم ما هو اقل من الخارج
فيكون ذلك كسرا منسوبا الى عدد احاد الامثال مثلا اذا كان المقسوم ثلثة عشر والمقسوم عليه ثلثة ونقصنا
اربعه

۱. صفحهٔ آغاز رسالهٔ جبر و مقابلهٔ طوسی، نسخهٔ ۴۰۶۴/۲ کتابخانهٔ آیت اللّه العظمی مرعشی نجفی (ره)


بسم الله الرحمن الرحیم و علیه توکلی
الحمد لله رب العالمین و الصلوة علی ... و آله الطاهرین

۲. صفحهٔ آغاز ترجمهٔ فارسی رسالهٔ جبر طوسی از قاسم علی قائنی، نسخهٔ شمارهٔ ۱۹۴۳ دانشگاه تهران

منابع و مآخذ

الف. منابع فارسی

۱. ابن خلدون، عبدالرحمن، مقدمهٔ ابن خلدون، ترجمهٔ محمد پروین گنابادی، تهران، شرکت انتشارات علمی و فرهنگی، چاپ پنجم، ۱۳۶۶؛

۲. اقلیدس، اصول اقلیدس (سیزده مقاله)، به کوشش سر تامس لیتل هیث، ترجمهٔ محمدهادی شفیعیها، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، چاپ اوّل، ۱۳۸۷؛

۳. باقری، محمد، سرگرمیهای ریاضی در مفتاح المعاملات حاسب طبری، دانش و مردم، ش ۲، اردیبهشت ماه، ۱۳۷۹؛

۴. بیرونی، ابوریحان، التّفهیم لاوائل صناعة التّنجیم، چاپ استاد جلال‌الدین همایی، تهران، انتشارات بابک، ۱۳۶۲؛

۵. جهانبخش، جویا، راهنمای تصحیح متون، تهران، میراث مکتوب، ۱۳۸۴؛

۶. حائری، عبدالحسین، فهرست کتابخانهٔ مجلس شورای ملّی، ج ۴، تهران، انتشارات مجلس، ۱۳۳۵؛

۷. همو، ج ۷، تهران، انتشارات مجلس، ۱۳۴۶؛

۸. همو، ج ۹، تهران، انتشارات مجلس، ۱۳۴۶؛

۹. حاجی خلیفه، کشف الظنون عن اسامی الکتب والفنون، دار احیاء التراث العربی، بیروت، [بی‌تا]؛

۱۰. دائرةالمعارف تشیع، زیر نظر احمد صدر حاج سید جوادی- بهاءالدین خرمشاهی- کامران فانی، ج ۱۲، تهران، نشر شهید سعید محبی، ۱۳۸۶ ؛

۱۱. درایتی، مصطفی، فهرستوارهٔ دست‌نوشت‌های ایران (دنا)، مجلد ۳ و ۴، تهران، موزه و مرکز اسناد مجلس شورای اسلامی، ۱۳۸۹؛

۱۲. دانش‌پژوه، محمدتقی، فهرست میکروفیلم‌های کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران، ج ۱، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۴۸؛

۱۳. همو، فهرست نسخه‌های خطی کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران، ج ۷، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۳۹؛

۱۴. دانش‌پژوه، محمدتقی، و علینقی منزوی، فهرست کتابخانهٔ سپهسالار، تصحیح و تجدید نظر به وسیلهٔ علینقی منزوی، ج ۳، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۴۰؛

۱۵. همو، فهرست کتابخانهٔ سپهسالار، تصحیح و تجدید نظر به وسیلهٔ علینقی منزوی، ج ۴، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۴۶؛

۱۶. دهخدا، علی‌اکبر، لغت‌نامه، زیر نظر دکتر محمّد معین و دکتر سیّد جعفر شهیدی، تهران، مؤسسهٔ چاپ و انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۷۷؛

۱۷. طاش کبری‌زاده (احمد بن مصطفی)، مفتاح السّعادة و مصباح السّیادة، بیروت، دارالکتب العلمیة، [بی تا]؛

۱۸. طبری، محمّد بن ایّوب، شمارنامه، مقدمه و تعلیقات از تقی بینش، تهران، انتشارات بنیاد فرهنگ ایران، ۱۳۴۵؛

۱۹. همو، مفتاح المعاملات، به کوشش دکتر محمّد امین ریاحی، تهران، انتشارات بنیاد فرهنگ ایران، ۱۳۴۹؛

۲۰. طهرانی، آقابزرگ، الذریعة إلیٰ تصانیف الشیعة، بیروت، ۱۹۸۳م؛

۲۱. علی بن یوسف بن علی منشی، لُبّ الحساب، مقدمه و فهرست از: جمال‌الدین شیرازیان، چاپ عکسی، مرکز انتشار نسخ خطی، تهران، ۱۳۶۸؛

۲۲. قربانی، ابوالقاسم، تحقیقی در آثار ریاضی ابوریحان بیرونی (تحریری نوین از بیرونی نامه)، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۴؛

۲۳. همو، دو ریاضی‌دان ایرانی و شمه‌ای دربارهٔ عددهای متحاب، تهران، مرکز تحقیقات علمی و تاریخی مدرسه عالی دختران ایران، ۱۳۴۷؛

۲۴. همو، زندگینامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۵؛

۲۵. همو، فارسی نامه، تهران، نشر هما، چاپ اول، ۱۳۶۳؛

۲۶. همو، کاشانی نامه، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۸؛

۲۷. همو، نسوی نامه، تهران، انتشارات بنیاد فرهنگ ایران، ۱۳۵۱؛

۲۸. کاشانی، غیاث‌الدین جمشید، مفتاح الحساب، تحقیق نادر نابلسی، دمشق، مطبعة جامعة الدمشق، ۱۹۷۷م؛

۲۹. گلچین معانی، احمد، فهرست کتب خطی کتابخانهٔ آستان قدس رضوی، ج ۸، مشهد، انتشارات آستان قدس رضوی، ۱۳۵۰؛

۳۰. لاهیجی، قطب الدّین، لطایف الحساب، به کوشش محمّد باقری، تهران، مرکز پژوهشی میراث مکتوب، ۱۳۸۹؛

۳۱. مدرس رضوی، محمّد تقی، احوال و آثار طوسی نصیرالدین طوسی، تهران، انتشارات اساطیر، چاپ سوم، ۱۳۸۶؛

۳۲. مرعشی نجفی، سید محمود، فهرست دست‌نوشته‌های آثار طوسی نصیرالدین محمّد بن محمد طوسی در کتابخانه بزرگ حضرت آیت اللّه العظمی مرعشی نجفی (ره)، قم، انتشارات

کتابخانهٔ بزرگ حضرت آیت اللّه العظمی‌مرعشی نجفی، چاپ اوّل، ۱۳۸۴؛

۳۳. مشار، خانبابا، فهرست کتابهای چاپی فارسی، تهران، بنگاه ترجمه و نشر کتاب، ۱۳۴۲؛

۳۴. مصاحب، غلامحسین، تئوری مقدماتی اعداد، ج ۲، ق ۱، تهران، انتشارات سروش، چاپ اوّل، ۱۳۵۸؛

۳۵. همو، حکیم عمر خیام بعنوان عالم جبر، تهران، انتشارات انجمن آثار ملی، ۱۳۳۹؛

۳۶. همو، دائرةالمعارف فارسی، ج ۱، تهران، مؤسسهٔ انتشارات فرانکلین، ۱۳۴۵؛

۳۷. معصومی همدانی، حسین، «جبر و مقابله»، دانشنامهٔ جهان اسلام، ج ۹، زیر نظر غلامعلی حداد عادل، تهران، بنیاد دائرةالمعارف اسلامی، ۱۳۸۴؛

۳۸. همو، «تحلیل و ترکیب»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۱۴، زیر نظر کاظم موسوی بجنوردی، تهران، مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ۱۳۸۵؛

۳۹. معین، دکتر محمد، فرهنگ فارسی، تهران، انتشارات امیرکبیر، چاپ چهارم، ۱۳۶۰؛

۴۰. منزوی، احمد، فهرستوارهٔ کتابهای فارسی، ج ۴، تهران، انتشارات مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ۱۳۸۲؛

۴۱. منزوی، احمد، فهرست نسخه‌های خطی مرکز دایرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۱، تهران، انتشارات مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، چاپ اوّل، ۱۳۷۷؛

۴۲. نراقی، حسن، تاریخ اجتماعی کاشان، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۴۵؛

۴۳. نصیرالدین طوسی، اخلاق ناصری، مقدمه و پاورقی از وحید دامغانی، مؤسسه مطبوعاتی فراهانی، بی تا؛

۴۴. نصیرالدین طوسی، رسالهٔ جبر و مقابله، به کوشش اکبر داناسرشت، تهران، انتشارات دانشگاه تهران، ۱۳۳۵؛

ب. منابع خارجی

1. Boris A. Rosenfeld – Ekmeleddin Ihsanoğlu, *Mathematicians, Astronomers, and Other Sholars of Islamic Civilization (and their works, 7^{th}- 19^{th} c.)*, Istanbul, Research Centre for Islamic History Art and Culture (IRCICA), 2003;

2. Sezgin, Fuat., *Geschichte des arabischen Schrifttums*, Band V, Mathematik, bis ca. 430 H, Leiden, 1974.