



رساله سید مسیح حسینی در باره اعداد متحاب

محمود شهیدی^۱

سرآغاز اعداد متحاب

مقسوم علیه‌های اعداد طبیعی از دوران باستان در تحلیل و ویژگی‌های اعداد همواره مورد بررسی ذهن انسان بوده و شاید با ماهیتی سرگرمی‌زا، اسرارآمیز و خرافی، انگیزه پژوهش‌های بشر در این حوزه بوده‌اند. توجه به حاصل جمع مقسوم علیه‌های اعداد و طبقه‌بندی آن‌ها در چند گونه، در ریاضیات یونان و دوره اسلامی جزو مباحث جاری نظریه اعداد بوده است.

اگر عدد n به صورت $n = a^\alpha \cdot b^\beta \cdot c^\gamma$ به عوامل اول تجزیه شده باشد، دستور محاسبه حاصل جمع تمام مقسوم علیه‌هایش، چنین است:

$$\sigma(n) = \frac{a^{\alpha+1} - 1}{a - 1} \times \frac{b^{\beta+1} - 1}{b - 1} \times \frac{c^{\gamma+1} - 1}{c - 1}$$

در این جا خود n هم به‌عنوان مقسوم علیه (ناسره) منظور شده است. معمولاً تنها مقسوم علیه‌های حقیقی (سره) منظور می‌شوند که در این صورت مجموعشان $S(n)$ خوانده می‌شود:

$$S(n) = \sigma(n) - n$$

شاید ساده‌ترین و نخستین یافته یونانیان در این زمینه، اعداد «تام» باشد: عددی که مجموع مقسوم علیه‌هایش با خود آن عدد برابر است، یعنی

$$\sigma(n) = 2n$$

$$S(n) = n$$

مانند ۶ و ۲۸؛ گونه دیگر اعداد، «ناقص» هستند که مجموع مقسوم علیه‌هایشان کم‌تر از خود عدد است مانند ۸؛ دسته دیگر اعداد «زاید» هستند که از مجموع مقسوم علیه‌های خود کوچک‌ترند

۱. پژوهش‌گر تاریخ علم؛ mahmoudshahidy@gmail.com

مانند ۱۲. اقلیدس، دستوری برای استخراج اعداد تام، عرضه کرده است. اگر $2^n - 1$ اول باشد، آن‌گاه عدد زیر تام خواهد بود:

$$2^{n-1}(2^n - 1)$$

یونانیان گونه‌ای دیگر از اعداد را نیز معرفی کرده‌اند، یعنی اعداد «متحاب»؛ این گونه شامل زوج‌هایی از اعداد است که مجموع مقسوم‌علیه‌های یکی‌شان برابر دیگری است و به‌عکس.

$$S(n) = m$$

$$S(m) = n$$

تنها یک زوج از این گونه در ریاضیات یونانی گزارش شده که ۲۲۰ و ۲۸۴ است. در ریاضیات دوره اسلامی، نخستین بار دستوری برای استخراج این اعداد توسط ثابت بن قره حرّانی عرضه شد و تا قرن ۱۱ق/۱۷م، دو زوج پنج‌رقمی و هفت‌رقمی متحاب توسط کمال‌الدین فارسی و محمدباقر یزدی پیدا شد؛ همچنین زوج‌های دیگری توسط ریاضی‌دانان اروپایی کشف شد. پرداختن به این ویژگی بعدها در قرن بیستم توسعه یافت و اعداد متحاب سه‌گانه و چندگانه معرفی شدند (نک: دیکسون). اگر m, n, l اعداد متحاب سه‌گانه باشند، آن‌گاه:

$$\sigma(l) = \sigma(m) = \sigma(n) = l + m + n$$

همچنین دایره اعداد متحاب به گونه‌ای دیگر نیز گسترش یافت و «اعداد اجتماعی»^۱ در نظریه اعداد معرفی شدند: اعداد n_1, n_2, \dots, n_k را در نظر بگیرید، اگر

$$S(n_1) = n_2$$

$$S(n_2) = n_3$$

...

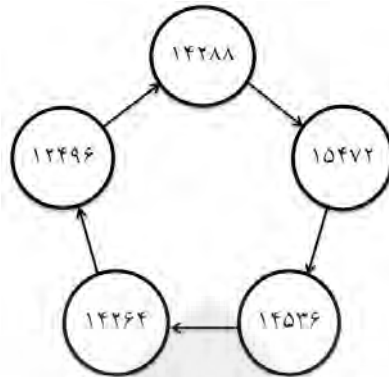
$$S(n_k) = n_1$$

این چند عدد تشکیل یک حلقه اجتماعی به طول k می‌دهند یعنی آنها اعداد اجتماعی بارتبه k هستند. اعداد متحاب را در واقع می‌توان حالتی خاص از یک حلقه اعداد اجتماعی بارتبه ۲ تلقی کرد. مطالب مفصل در باره اعداد متحاب در کتاب فارسی‌نامه و دایره‌المعارف تاریخ علوم عربی (ج. ۲) مطرح شده است.

دسته‌بندی اعداد با ویژگی‌های گوناگون به طور فزاینده‌ای در میان ریاضی‌دانان حوزه نظریه اعداد در یک قرن اخیر در جریان بوده و گونه‌ها و اصطلاحات بسیاری از هم متمایز شده‌اند. برای نمونه‌های گوناگون به کتاب مسائل حل نشده در نظریه اعداد^۳ مراجعه شود.

1. sociable numbers
2. Encyclopedia of the history of Arabic science
3. Unsolved problems in number theory





نمونه‌ای از حلقه اعداد اجتماعی با رتبه ۵

دستور یافتن اعداد متحاب

دستوری که ذیلاً می‌آید، توسط ثابت بن قزّه برای محاسبه دسته‌ای از اعداد متحاب عرضه شده است؛ این دستور جامع نیست و برخی زوج‌های متحاب از این قاعده به دست نمی‌آیند. مثلاً ۱۱۸۴ و ۱۲۱۰ که در ۱۸۸۶ توسط جوان شانزده ساله ایتالیایی «نیکولو پاگانینی» به دست آمد.

اگر p و q و r هر سه، عدد اول باشند، چنان‌که

$$p = 3 \times 2^{n-1} - 1, \quad q = 3 \times 2^n - 1$$

$$r = p + q + pq$$

آن‌گاه دو عدد زیر متحاب خواهند بود:

$$M = 2^n \times pq$$

$$N = 2^n \times r$$

شرط اول بودن اعداد p ، q و r بسیار مهم است. چنان‌که در متن رساله هم دیده خواهد شد برخی ریاضی دانان با نادیده گرفتن این شرط در محاسبه اعداد متحاب به خطا افتاده‌اند.

درباره رساله

در ریاضیات دوره اسلامی، مبحث اعداد متحاب در رساله‌هایی به زبان عربی و نیز به عنوان بخشی از برخی کتاب‌های حساب فارسی مطرح شده است. در میان آثار به جا مانده این مبحث، رساله سید مسیح حسینی - که در ادامه معرفی خواهد شد - اثری مستقل و مفصل در زبان فارسی است. نسخه یگانه این رساله به شماره ۶۳۷۹/۱ در کتاب‌خانه و موزه ملی ملک نگهداری می‌شود و تقریباً فاقد مطلب جدیدی در باره اعداد متحاب و در واقع شبیه گزارش کوتاهی از کار پیشینانش است. حسینی از آثار افراد بسیاری نقل قول‌هایی آورده و نکاتی بر آن‌ها افزوده است که از آن جمله‌اند:

بیرونی، ابن سینا، مجریطی، قطب الدین شیرازی، غیاث الدین اصفهانی، محمد باقر یزدی، شمس الدین آملی، محقق دوانی، حسین کاشفی، دهدار شیرازی، بونی، غیاث الدین جمشید کاشانی، دشتکی شیرازی، شرف الدین علی یزدی...؛ رساله وی مانند برخی آثار در حوزه علم اعداد، پیوندی هم با مسائل شبه علم نظیر طلسمات دارد. در پایان، حسینی اشاره مختصری به چگونگی توزیع اعداد متحاب در الواح (مربع‌های وقتی) می‌کند. اثر مورد بررسی، رساله نخست از یک مجموعه سه رساله‌ای است. موضوع دو رساله دیگر جفر و رمل است.

نکته مهم در مورد نام افرادی که در زمینه اعداد متحاب کار کرده‌اند این است که در این رساله، نامی از کمال الدین فارسی به میان نمی‌آید. وی رساله‌ای مهم با عنوان تذکرة الأحاب فی بیان التحاب دارد که اثری مهم در زمینه نظریه اعداد به شمار می‌رود.

متن دست‌نویس رساله در صفحات ۱۲ سطر نوشته شده است. تمامی متن پاراگراف‌بندی و شیوه نگارش امروزی به متن اعمال شده است. گذار از صفحات نسخه خطی با // نشان داده شده است. مطالب افزوده شده توسط مصحح درون قلاب آمده و پانویس‌های مصحح با «م» مشخص شده است.

مؤلف رساله

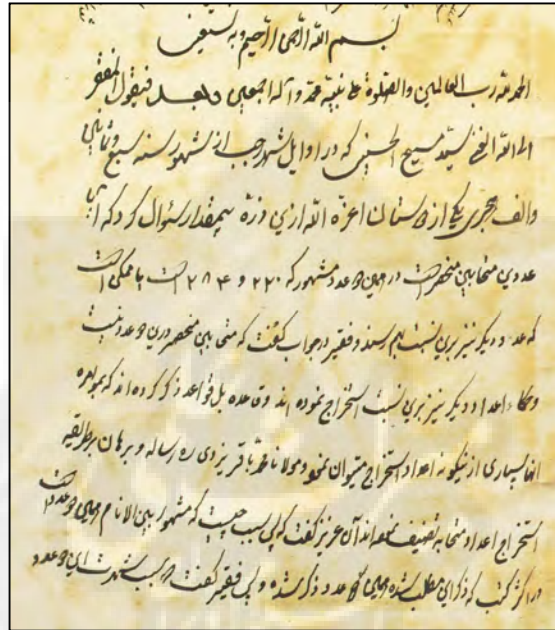
چنان‌که از آغاز این رساله بر می‌آید حسینی در سال ۱۰۸۷ق زنده بوده است. همچنین در دو نسخه محفوظ در کتاب‌خانه مجلس شورای اسلامی نام «سید مسیح حسینی» به عنوان کاتب دیده می‌شود:

- مجموعه ۱۴۱۲۸ شامل هدایة الأبرار إلى طریقة الأئمة الأطهار، از حسین بن شهاب الدین العاملی و شواهد الملكية. تاریخ فراغت از کتابت ۲۲ رمضان ۱۰۹۵ ثبت و در پایان نام کاتب آورده شده است. محل استنساخ، شهر اورنگ‌آباد - در ایالت ماهاراشترا، شمال شرقی بمبئی - نوشته شده است.

- خلاصة المناقب فی فضل مولانا علی بن ابی طالب در جنگ ۱۸۳۹۲ که خط چندین نفر در آن دیده می‌شود. تاریخ کتابت: نیمه نخست روز نخست هفته دوم ماه یازدهم ۱۰۹۸ بعد از هجرت است، که باید شنبه ششم ذی‌القعدة باشد. محل استنساخ بندر سورت - در ایالت گجرات، نوار ساحل غربی هندوستان - ثبت و رساله به سید امیر غازی تقدیم شده است. حدود سال تألیف رساله اعداد متحاب با سال کتابت رساله‌های فوق‌الذکر هم‌خوان به نظر می‌رسد، اما در این باب یکی بودن این مؤلف و آن کاتب، اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

۱. از سید نور الدین العاملی در ردّ فواید مدنیة محمد امین استرآبادی

هم چنین بنا به گزارش روزنفلد / احسان اوغلو، رساله فی امکان تثلیث الزوایا نیز به نام «سید مسیح حسینی» در ترکیه (سلیمانیه، لاله‌لی، ش: ۲۷۳۲) موجود است؛ پس از بررسی مقدمه اثر یادشده معلوم شد که آن رساله اثری چاپی و به زبان ترکی عثمانی است که توسط شخصی به نام سید حسین در ۱۲۳۷ق تألیف شده است و نمی‌تواند مؤلف رساله مورد نظر در این مقاله باشد.



تصویر صفحه آغاز رساله دست‌نویس فارسی سید مسیح حسینی در باره اعداد متحاب (نسخه کتابخانه ملک)

متن رساله

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين

الحمد لله رب العالمين والصلوة على نبيه محمد وآله أجمعين. وبعد فيقول المفقّر إلى الله الغنى سید مسیح حسینی که در اوایل شهر رجب از شهور سنه سبع وثمانین والف هجری^۱ یکی از دوستان - اعزه الله - ازین ذره بی مقدار سؤال کرد که آیا عددین متحابین منحصر است در همین دو عدد مشهور که ۲۲۰ و ۲۸۴ است یا ممکن است که عدد دیگر نیز برین نسبت به هم رسند و فقیر در جواب گفت که متحابین منحصر درین دو عدد نیست و حکماء اعداد دیگر نیز برین نسبت استخراج نموده‌اند و قاعده بل قواعد ذکر کرده‌اند که به مؤامره آنها بسیاری ازین‌گونه اعداد

۱. صفحه ۳۷۰

۲. هزار و هشتاد و هفت قمری

استخراج می‌توان نمود و مولانا محمد باقر یزدی «ره» رساله و برهان بر طریقه استخراج اعداد متحابه تصنیف نموده‌اند. آن عزیز گفت که پس سبب چیست که مشهور بین الانام همین دو عدد است در اکثر کتب که ذکر این مطلب شده همین دو عدد ذکر شده؛ و پس فقیر گفت که سبب شهرت این دو عدد // خاص آن است که این اول عددی است از اعداد متحابه، قبل از این دو عدد ممکن نیست که دو عدد دیگر برین نسبت یافت شود چنان‌که به استقراء اعداد ماتحت این دو عدد ظاهر می‌شود و بعضی از حکماء که این مطلب را در کتب خود ذکر نموده‌اند چون دیده‌اند که مقصود از همین دو عدد حاصل می‌شود به ذکر این دو اکتفا نموده استقصاء^۱ در استخراج اخوات آن نموده‌اند و بعضی مرد[م] چون در آن کتب نظر کرده‌اند و همین دو عدد را دیده‌اند گمان کرده‌اند که متحابین منحصر است درین دو.

پس آن عزیز گفت که درخواست من آن است که خلاصه آن چه به نظر تو رسیده باشد از کلام حکماء و اکابر در قواعد استخراج این [ا] اعداد و غیر آن از امور متعلقه به این مطلب به نحوی که خاطر به آن مطمئن شود به جهت من در رساله [ای] درج کنی. فقیر گفت که به [سبب] آن‌که تعرض به نحو این امور فوق طاقت نیست این امریست محتاج به وسعت وقت و مساعدت زمان و مراجعت به کتب حکماء و غیر آن و فقیر درین هنگام بر جناح سفر است و بر هیچ یک از این امور متمکن نیست. آن عزیز باز سؤال را تکرار کرد و ایمان مؤکد نمود. المحاصل فقیر هر چند عذر گفتم و مبالغه در استفاء^۲ نمود قبول نکرد و اقتراح بیش‌تر نمود. آخر الامر به فرموده المأمور معذور و به حسب مساعدت وقت و زمان کلمه [ای] چند در این مطلب // مستشهد به کلام حکما و مشید به بیان علما درین اوراق ثبت نمود. امید که چون به نظر ارباب نظر رسد فمن عفی وأصلح فأجره علی الله^۳ عمل نموده ذیل عفو بر معایب آن بنویسند و به نظر لطف اصلاح نمایند وها أنا أشرح فی المقصود بعون الملك المعبود^۴:

مقدمه

جزء عدد عددی را گویند که چون آن را مرة بعد اخیری از آن عدد اسقاط کنند این را عدد کند و چیزی باقی نماند مثل یک نسبت به یازده.
عدد تام آن است که اجزای آن مساوی آن باشد مثل ۶.

۱. در نسخه: استقصار

۲. روی برگرداندن

۳. هر که [از کاستی] درگذرد و نکو سازد، پاداشش بر یزدان بایسته است. م

۴. و اکنون به یاری خداوندگار به شرح مقصود می‌پردازم. م

عدد زاید آن است که اجزای آن بیش از آن باشد مثل دوازده.
 عدد ناقص آن است که اجزای آن کمتر از آن باشد مثل ۴.
 عدد فرد آن است که منقسم نشود به متساویین مثل ۳.
 فرد اول و آن را عدد اول نیز گویند عددی است که جز واحد آن را عدد نکند مثل ۵.
 فرد مرکب و آن فردی است که عددی دیگر غیر واحد آن را عدد بکند مثل ۹ و این عدد عاّد همیشه می باشد فرد.

عدد زوج آن است که منقسم شود به متساویین مثل ۲.
 عدد زوج الزوج نزد حکماء همچنان که اوستاد ابوریحان در کتاب تفهیم گفته عددی است که چون آن را تنصیف کنند و نصف آن را تنصیف کنند و همچنین مرّ بعد اخری قبول تنصیف کند تا واحد و شیخ ابوعلی در ارثماطیقی شفا بعد از آن که اقوال علما را در تعریف زوج الزوج نقل نموده // گفته نزد من آن است که زوج الزوج به حقیقت عددی بود که نصف آن زوج باشد و نصف هر نصف از آن که غیر واحد است زوج بود مثل ۱۶.

أقول اولی و اخصر در عبارت آن است که گویند زوج الزوج عددی است که در سلسله تضاعیف اثنین واقع شود و این تعریف منقوض نیست به جهت آن که در سلسله تضاعیف واقع نیست.
 فایده: بدان که زوج الزوج دو اصطلاح است یکی اصطلاح حکما چنان که مذکور شد و دیگر اصطلاح ارباب وفق؛ ایشان قبول تنصیف را تا واحد شرط نمی دانند چنان که مولانا شرف الدین علی یزدی در رساله غایة المراد تصریح به آن نمود گفته که زوج که آن را نصف صحیح باشد اگر نصف آن را نیز نصف صحیح باشد تعبیر از آن به زوج الزوج کرده می شود در عرف این فن خواه انقسام پذیرد تا واحد مانند ۱۶ و خواه نه مانند ۱۲ و یکی از علمای این فن در تعریف آن چنین گفته که زوج الزوج عددی است که عدد زوج آن را عدد کند به مرّاتی که عدد آن ها زوج باشد و این تعریف نیز شامل هر یک از ۱۶ و ۱۲ است کما لایخفی و جمعی که از این معنی اطلاع ندارند این تعریفات را متناقض می دانند فلا تغفل و بدان که کلام فریقین صریح است بر آن که در زوج الزوج بودن شرط است که آن عدد بیش تر از یک مرتبه قبول تنصیف کند و مولانا محمّد باقر یزدی // «ره» در کتاب عیون الحساب تصریح به این نموده و گفته الزوج ان قبل التنصیف اکثر من مرّة الی الواحد فزوج الزوج پس بنا بر این اثنین داخل در تعریف زوج الزوج نخواهد بود و جمعی که آن را در زوج الزوج داخل می دانند گفته اند که زوج الزوج آن است که در تنصیف [به] واحد منتهی شود و صاحب درّة التاج گفته که این تعریف نزد من به صواب نزدیک تر است به جهت آن که بر تقدیر داخل بودن اثنین در تعریف سلسله اعداد زوج الزوج از واحد منتظم بود احکام تناسب آن را شامل کرد و صاحب نفایس الفنون نیز درین قول تابع او شده؛ محققین قول اول را راجح می دانند.

عددین متحابین

دو عددند که اجزای هر یک مساوی عین آن دیگری باشد مثل ۲۲۰ و ۲۱۴؛ چه اجزای دو صد و بیست و یک و ۲ و ۴ و ۵ و ۱۰ و ۱۱ و ۲۰ و ۲۲ و ۴۴ و ۵۵ و ۱۱۰ ست و چون این اعداد را جمع کنیم ۲۸۴ شود که اعظم متحابین است و اجزای دو صد و هشتاد [و] چهار ۱ و ۲ و ۴ و ۷۱ و ۱۴۲ ست و چون این اعداد را جمع کنیم ۲۲۰ شود که اصغر متحابین است و این دو عدد البته یکی از اعداد ناقصه بود و دیگری از اعداد زایده و ما بعد// از این ضابطه به جهت استخراج اجزای عدد متحابه ذکر نماییم که به منزله میزانی باشد از جهت تصحیح آن ان شاء الله.

تنبيه

محقق دوانی در رساله انموذج العلوم در تعریف هر یک از عدد تام و ناقص و زاید و متحابه به جای اجزای کسور ذکر نموده اند پس در تعریف اعداد متحابه چنین گفته که عددین متحابین دو عدد است که کسور احدهما مساوی دیگری باشد و این سدید نیست به جهت آن که کسر اخص است از جزء، چه جزء عدد چنان که مذکور شد عبارت است از هر عددی که عد کند آن را اعم از آن که یکی از کسور تسعه آن باشد یا نه و کسر عبارت است از اجزای خاصه آن عدد. مثلاً واحد صحیح از اجزای ۲۲۰ هست و از کسور آن نیست و بیان این سخن علی الاجمال آن است که کسر بر دو قسم است یکی منطوق و آن کسور تسعه است و دیگری اصم و آن عبارت از کسوری است که تعبیر از آنها به لفظ واحد نتوان کرد مثل یک جزو از یازده جزو لیکن محاسبین هر گاه کسر مطلق استعمال کنند مراد ایشان یکی از کسور تسعه باشد و اگر مراد یکی از کسور اصمه یا اعم از منطوق و اصم باشد تعبیر از آن به جزء کنند نه کسر چنان که به تتبع موارد استعمالات ایشان ظاهر می شود مثلاً در عمل قسمت چون قدر باقی از مقسوم علیه نسبت دهند تعبیر از آن به جزء کنند نه به کسر// کما لا یخفی. پس استعمال لفظ کسر در موضعی که مراد اعم از کسور منطوقه و اصمه باشد موهم خلاف مقصود است و این نزد علماء در قوه خطاست خصوص در حدود اشیاء و حضرت عقل حادی عشر غیاث الحکماء امیر غیاث الدین منصور شیرازی «ره» در رساله تعلیقی که بر رساله مذکوره نوشته این معنی را تصریح نموده فمّن أرادہ فلیطلبہ من هناک^۱.

فصل

در ذکر جمله از اسرار و احکام اعداد متحابه حضرت زبده المحققین و قدوة المدققین مولانا شرف الدین علی یزدی «ره» در کتاب حلال مطرز فرموده اند که مزاج هر نوعی از مرکبات را از دیوان

۱. ترجمه: و هر که آن را بخواهد از آنجا بازجویدش.

افاضل احسن کل شیء خلقه نصبی مفروض از اجزای ارکان چهارگانه معین شده و عرض محدود در کمیت هر یک از تألیفات مقرر گشته که از چه افراد آن نوع اگر در افراط از حد اعلای آن تجاوز نماید یا در تقریط از حد ادنی آن قاصر آید فساد پذیرد و هر آینه مقادیر حسیض امزجه مرگبات را با یکدیگر نسبت های مختلفه در ملایمت و منافرت باشد و تقارب و تباعد انواع مرگبه و تماثل و تضاد آثار و خواص متفرع بر آن است و ذکی خبیر که خواص اعداد و احکام نسب آگاه باشد اگر درین نکته از سر امعان تدبّر نماید و عون هدایت و توفیق دستگیر آید شاید// که به کشف بسی از غوامض حکم و اسرار فایز گردد. مثلاً واقف بر اعداد متحابه و خاصیت آن چون اصل مذکور اینک در یابد بهمانا حدسی گواهی دهد که اگر حقیقی مزاج دو نوع به نسبت بعضی از آن اعداد واقع شود میان ایشان میل و ملایمتی مخصوص باشد و چون دو فرد از آن دو نوع را مقاربتی مکانی افتد و مانعی نباشد شاید که یکی منجذب گردد به آن دیگری چنانچه مقناطیس و حدید و کاه و بیجاده مشاهده می رود. و چون تذکر نماید که یکی از عددین متحابین البته از اعداد زایده بوده و یکی از اعداد ناقصه و زایده را غلبه و تأثیر لازم است و ناقص را استعداد و تأثیر حاصل گردد که چرا جذب مذکور از یک طرف است و انجذاب از یک طرف. و از میامن حسنات این زمان کثیر البرکات است که ازین گونه حقایق و اسرار که سال هاست تا از نظر عقول فحول فضلا و ادکیا از انمه حکمت و معقول پوشیده و محجوب است در مثال این مجال به این منوال روشن و مبین می گردد و آشکر لواهر الفیض.

و حضرت ثالث المعلمین السید الداماد در کتاب جذوات طور سینا فرموده اند که اعداد متحابه که امام الحکماء افلاطون الهی در استقراء خواص آن ها بالغ کرده است نسبت به یکدیگر متجاذب و متعاشق و به سمت یکدیگر متواجه و متحد کند و آن عبارت است // از هر دو عدد ناقص و زاید که مبلغ اجزای زاید مساوی ناقص و مبلغ اجزای ناقص مساوی زاید بوده باشد مانند ۲۲۰ و ۲۸۴ که ابتدای عددین متحابین از ایشان است و در اقل از آن استخراج اعداد متحابه صورت امکان ندارد و مانند ۱۷۲۹۶ و ۱۸۴۱۶ که مرتبه دوم اعداد متحابه است.

و محقق دوانی در رساله انموذج العلوم گفته: «هذان العددان لایوجدان فی مرتبة العشرات وابتدائه من مرتبة المآت ثم یوجد فی غیرها من المراتب ولا یوجد فی کل مرتبة الا متحابان»^۱. و حکیم فاضل ابوالقاسم مسلمة ابن احمد المجریطی اندلسی^۲ در اواخر مقاله ثانیه از کتاب غایة

۱. ترجمه: این اعداد (متحاب) در بین اعداد دو رقمی یافت نمی شوند و آغازشان از اعداد سه رقمی است، سپس در مراتب دیگر یافت می شوند و در هر مرتبه فقط یک زوج متحاب دیده می شود.

۲. دانشمند اندلسی (د. حدود ۳۹۸)

الحکیم وأحق التبیحین بالتقدیم^۱ فرموده که مستنبط عددین متحابین کهنه^۲ هندیست که از اعظم حکمای هند است و متأخرین بر حکم اقلیدس صوری استدراک نموده‌اند که او اقسام اعداد را ذکر کرده و بسیار از احکام آن‌ها بیان نموده و از ذکر این اعداد و طریق استخراج و احکام آن مطلقاً غافل نشده کما نقل ابو الصلاح الصفدی فی شرح لامیه العجم فانه قال واستدرکوا ذلک علی اقلیدس وقالوا فاته ذالک ولم یذکره قلت والاعتذار بما قبل کم ترک الاول للآخر.^۳

فصل

بدان که قاعده در استخراج اعداد متحابه آن است // که عدد زوج الزّوج از سلسله تضاعیف اثنین اخذ نماییم و زوج الزوج قبل آن را الّا واحدی بر آن افزایشیم و ایضاً همان زوج مفروض را مع واحدی از زوج الزوج بعد ما بعد آن نقصان کنیم اگر دو عدد ازین عمل حاصل آید هر دو فرد اول باشند ضرب کنیم اِحداهما را در دیگری و حاصل فرد ثالث باشد. پس جمع کنیم افراد ثلاثه را اگر آن چه حاصل آید آن نیز فرد اول باشد. ضرب کنیم زوج الزوج مفروض را در فرد ثالث که حاصل اصغر متحابین است و دیگر یکی مرتبه ضرب کنیم همان زوج الزوج را در مجموع افراد ثلاثه که حاصل اکبر متحابین باشد و هذه القاعدة من فوائد اصحابنا اید الله وارقاه الی مراقی الکمال. مثال آن اخذ نمودیم ۴ را و بر آن افزودیم ۲ را الّا واحدی حاصل آمد ۵ و این فرد اول است باز همان چهار را مع واحد از ۱۶ که زوج الزوج بعد بعد آن است نقصان کردیم باقی ماند ۱۱ و این نیز فرد اول است ضرب کردیم اِحداهما را در دیگری حاصل آمد ۷۱ و این نیز فرد اول است آن گاه ضرب کردیم زوج الزوج مفروض یعنی ۴ را در فرد ثالث // حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است و دیگر مرتبه ضرب کردیم آن را در مجموع افراد ثلاثه حاصل آمد ۲۸۴ که اکبر متحابین است.

مثالی دیگر اخذ نمودیم ۱۶ و ۸ الّا واحدی بر آن افزودیم حاصل شد ۲۳ و این فرد اول است و ایضاً اسقاط نمودیم ۱۶ مع واحد را از ۶۴ باقی ماند ۴۷ و این نیز فرد اول است. ضرب کردیم اِحداهما در دیگری حاصل آمد ۱۰۸۱ و این فرد ثالث است جمع نمودیم افراد ثلاثه را حاصل آمد ۱۱۵۱ و این نیز فرد اول است. پس اگر ضرب نماییم ۱۶ را در ۱۰۸۱ حاصل آید ۱۷۲۹۶ که اصغر متحابین است و اگر ضرب نماییم آن را در ۱۱۵۱ حاصل آید ۱۸۴۱۶ که اعظم متحابین است. مثالی دیگر اخذ نمودیم ۱۲۸ را و افزودیم بر ۶۴ الّا واحد را حاصل آمد ۱۹۱ و این فرد اول

۱. این کتاب در غرب، با نام *The Picatrix* شناخته می‌شود.

۲. جمع مکسر «کاهن» به معنای پیشوای دینی که در اینجا به صورت اسم خاص آمده است.

۳. ترجمه: این را به نوشته اقلیدس افزودند و گفتند که او این را نیافته است و عتسش شاید ترک این مطلب به خاطر مطلبی دیگر باشد.

است و ایضاً اسقاط نمودیم ۱۲ که زوج الزوج بعد ما بعد است از ۵۱۲ باقی ماند ۳۸۳ و این نیز فرد اول است. ضرب نمودیم احدهما را در دیگری حاصل آمد ۷۳۱۵۳ و این فرد ثالث است جمع نمودیم افراد ثلاثه را حاصل آمد ۷۳۷۲۷ و این نیز // فرد اول است. پس ضرب نماییم ۱۲۸ را در فرد ثالث حاصل آید ۹۳۶۳۵۸۴ که اصغر متحابین است و اگر ضرب نماییم آن را در مجموع افراد ثلاثه حاصل آید ۹۴۳۷۰۵۶ که اکبر است و قس علی هذا. و حضرت اوستاد المحققین قطب الملة والدين العلامة الشيرازي در فن ارثماطیقی از کتاب درة التاج فرموده اند که ضابطه در استخراج عددین متحابین آن است که از عددی زوج الزوج یکی بيفکنیم و زوج الزوج قبل را بر مابقی افزایشیم و زوج الزوج قبل ماقبل را هم از آن باقی بکاهیم. اگر سه عدد که ازین عمل حاصل آید همه اول باشند مضروب ثانی در ثالث را در زوج ماقبل ضرب کنیم تا اصغر متحابین حاصل آید. بعد از آن مضروب ثانی در ثالث را با ثانی و ثالث جمع کنیم که آن نیز اول باشد آن را در زوج الزوج ماقبل ضرب کنیم تا اعظم متحابین حاصل آید. مثلاً از ۸ یکی کم کردیم و ۴ بر مابقی افزودیم و ۲ از مابقی کم کردیم ۷ و ۱۱ و ۵ حاصل شد هر سه اول باشد پس مضروب ۱۱ در ۵ اعنی ۵۵ را در زوج الزوج قبل ۸ اعنی چهار ضرب کردیم ۲۲۰ حاصل آمد که اصغر متحابین است پس ۵۵ را بر مجموع یازده و ۵ افزودیم ۷۱ شد و چون آن نیز اول بود در ۴ // ضرب کردیم ۲۸۴ حاصل آمد که اعظم متحابین است.

و حضرت ثالث المعلمین در کتاب جذوات طور سینا بعد از آن که این دو عدد را به همین قاعده استخراج نموده اند فرموده اند که بر این قیاس از ۳۲ یکی اسقاط کردیم و ۱۶ بر ۳۱ افزودیم ۴۷ شد و ۸ از آن کاستیم ۲۳ ماند. چون هر سه اول بود ثانی را در ثالث زدیم و مسطح را که ۱۰۸۱ بود در ۱۶ [زدیم] ۱۷۲۹۶ حاصل آمد که زاید و اعظم متحابین و عدد محبوب و طلسم مزاج محبوب معشوقی است. باز ۴۷ و ۲۳ را بر ۱۰۸۱ افزودیم ۱۱۵۱ حاصل آمد چون این نیز اول بود در شانزده ضرب کردیم ۱۸۴۸۱ به حصول پیوست که ناقص و اصغر المتحابین است و عدد محب و طلسم عاشقی است و علی هذا السبیل فی سائر المراتب انتهى.

اقول بدان که درین قاعده پنج فرد تحصیل می شود و شرط است که هر یک از فرد اول و ثانی و ثالث و خامس فرد اول باشد و فرد رابع البته فردی ست مرکب و ممکن نیست که فرد اول باشد. در قواعد دیگر که چهار فرد تحصیل می شود سه از آن که اول و ثانی و رابع باشد فرد اول است و فرد ثالث مرکب. و درین قاعده شرط نموده اند که چون از زوج الزوج مفروض یکی بيفکنند آن چه

۱. در متن «است» آمده است.

۲. در متن «۱۰۸» است.

باقی ماند فرد اول باشد و وجه ضرورت این شرطی معلوم // نیست فتأمل فيه حتى يظهر لك الحق. و صاحب قيس الأنوار وجه دیگری به جهت استخراج متحابین نقل نموده اند و خلاصه آن وجه آن است که به جهت تحصیل اصغر متحابین فرض کنیم اولاً سلسله تضعیف اثین را مبتدئاً من الواحد هكذا ۱، ۲، ۴، ۸. بعد از آن جمع کنیم این اعداد را بدون عدد اخیر و این محفوظ اول باشد ۷. بعد از آن بیفزاییم بر آن مجموع عدد ماقبل اخیر را ۴ آن چه حاصل آید محفوظ ثانی باشد ۱۱. پس نقصان کنیم از محفوظ اول ۷ و عدد ماقبل قبل عدد اخیر را ۲ و آن چه باقی ماند محفوظ ثالث باشد ۵ پس اگر هر یک از این محفوظات ثلاثه عدد اول باشد ضرب کنیم محفوظ ثانی را ۱۱ در محفوظ ثالث ۵. پس ضرب کنیم حاصل آید ۵۵ در ماقبل عدد اخیر ۴ آن چه حاصل آید ۲۲۰ اصغر متحابین باشد. و به جهت تحصیل اعظمها جمع کنیم زوج الزوج اخیر را ۸ با عدد رابع آن متنازلاً. پس ضرب کنیم این مجموع را ۹ در نفس همان زوج الزوج بعینه ۸ و از حاصل ۷۲ واحدی را نقصان کنیم ابدأ. اگر آن چه باقی ماند عدد اول باشد ۷۱ ضرب کنیم آن را در ماقبل عدد اخیر ۴ آن چه حاصل آید اعظم متحابین باشد مثلاً جمع نمودیم ۱ و ۲ و ۴ و ۸ را حاصل آمد محفوظ اول ۷ افزودیم بر آن ۴ را حاصل آمد // محفوظ ثانی ۱۱ و نقصان کردیم ۲ را از ۷ حاصل آمد محفوظ ثالث ۵ و چون هر یک از این محفوظات ثلاثه فرد اول باشند ضرب کردیم ۵ را در ۱۱ و حاصل را که ۵۵ است در ۴ حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است. و به جهت تحصیل اعظم متحابین جمع نمودیم ۸ را با واحد و ضرب کردیم ۹ در ۸ و از حاصل [که] ۷۲ است واحدی نقصان کردیم باقی ماند ۷۱ و این نیز فرد اول است. ضرب کردیم آن را در چهار حاصل آمد ۲۸۴ که اعظم متحابین است.

اقول بر این قیاس رسم نمودیم اعداد مذکوره را مبتدئاً من الواحد الی ۳۲ هكذا ۱، ۲، ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و جمع نمودیم از واحد تا ۱۶ حاصل آمد ۳۱ و این محفوظ اول باشد. افزودیم بر آن عدد ماقبل اخیر یعنی ۱۶ حاصل آمد ۴۷ و این محفوظ ثانی باشد. پس نقصان کردیم از محفوظ اول عدد ماقبل ماقبل عدد اخیر را یعنی ۸ باقی ماند ۲۳ و این محفوظ ثالث باشد. چون هر یک از این محفوظات ثلاثه عدد اول بوده اند ضرب کردیم محفوظ ثانی را در ثالث حاصل آمد ۱۰۸۱. پس ضرب کردیم این حاصل را در ماقبل زوج الزوج اخیر یعنی ۱۶ حاصل آمد ۱۷۲۹۶ و این اصغر متحابین است و به جهت تحصیل اعظمها جمع نمودیم زوج الزوج اخیر را یعنی ۳۲ با عدد رابع آن // متنازلاً یعنی و ضرب نمودیم حاصل را یعنی ۳۶ در ۳۲ حاصل آمد ۱۱۵۲ و کم کردیم از

حاصل^۱ واحدی را و باقی ماند ۱۱۵۱. چون این نیز فرد اول است ضرب کردیم آن را در ماقبل زوج الزوج اخیر یعنی ۱۶ و حاصل آمد ۱۸۴۱۶ و این اعظم متحابین است.

و حضرت خاتم المهندسين مولانا محمد باقر یزدی در کتاب عیون الحساب فرموده‌اند که قاعده در استخراج عددین متحابین آن است که اخذ کنیم از سلسله تضاعیف عددی را که چون ضرب کنیم آن را یک بار در یک و نیم و یک بار در سه و به عبارتی دیگر هر گاه جمع کنیم آن را یک بار با سابقش و یک بار با تالیثش و از آن سلسله نقصان کنیم و در هر یک از صورتین از هر یک از حاصلین واحدی را مابقی ماند دو فرد اول. بعد از آن ضرب کنیم احد فردین اولین را در دیگری تا حاصل شود فرد ثالث. پس اگر بوده باشد مجموع افراد ثلاثه فرد اول، ضرب کنیم عدد مفروض را یک بار در فرد ثالث تا اصغر متحابین حاصل آید و دیگر بار در مجموع افراد ثلاثه تا اعظم متحابین حاصل آید. مثال آن دیدیم ۴ را از این سلسله که صلاحیت این امر داشت و بود مضروب آن در // واحد و نصف ۶ و در سه ۱۲ و بعد از آن نقصان واحد از هر یکی باقی ماند ۵ و ۱۱ و این هر دو فرد اولند. ضرب کردیم یکی ازین ۲ را یکی حاصل شد ۵۵ و این فرد سوم است و مجموع این افراد ثلاثه که ۷۱ آن نیز فرد اول است. پس ضرب کردیم ۴ را در ۵۵ که فرد ثالث است حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است دیگر بار آن را ضرب کردیم در مجموع افراد ثلاثه یعنی ۷۱ حاصل آمد ۲۸۴ که اعظم متحابین است و این ضابطه را بر این وجه نظم نموده‌اند:^۲

زوج زوجی در سه و [در] نصف سه زن بی‌یک اگر اولند یک زان^۳ دو فکن
در هم زن و جمله گر شد اول، آن زوج در کل سه فرد [و] حاصل فرد فرد

و اگر ضرب کنیم زوج مفروض را در مجموع فرد اولین و حاصل را از عدد اعظم نقصان کنیم باقی اصغر متحابین باشد. پس در مثال ۴ را در ۱۶ ضرب کردیم و حاصل که ۶۴ از ۲۸۴ کم کردیم ۲۲۰ باقی ماند و علی هذا فقس. اقول و بر این قیاس دیدیم ۱۶ را از این سلسله که صلاحیت این امر داشت و بود مضروب آن در واحد و نصف ۲۴ و در ثلاثه ۴۸ و بعد از نقصان واحد از هر یک باقی ماند ۲۳ و ۴۷ و این هر دو فردند از اول. ضرب کردیم احدهما را در دیگری حاصل شد ۱۰۸۱ و این // فرد سوم است و مجموع این افراد ثلاثه ۱۱۵۱ نیز فرد اول است. پس ضرب کردیم ۱۶ در آن حاصل آمد ۱۷۲۹۶ که اصغر متحابین است دیگر بار ضرب کردیم آن را در مجموع افراد

۱. در نسخه «فا فضل» آمده است.

۲. یعنی عدد زوج الزوجⁿ را اختیار 3×2^n و $3 \times 2^{n-1}$ را حساب کن؛ و $p = (3 \times 2^{n-1} - 1)$ و $q = (3 \times 2^n - 1)$ را حساب کن (این دو عدد باید اول باشند)؛ حاصل ضرب pq را حساب کن؛ باید مجموع $p + q + pq$ عدد اول باشد؛ و $3^n \times pq$ و $3^n \times (p + q + pq)$ را حساب کن (این دو عدد متحاب هستند).

۳. در نسخه «از آن» آمده است.

ثلاثه یعنی ۱۱۵۱ حاصل آمد ۱۸۴۱۶ که اعظم متحابین است. و یکی از متأخرین این قاعده را بر این وجه نظم نموده:

بدان نصف بی واحد آن بیفزای	نظر کن یکی از تضاعیف دو را
خرد فرد اول نهد نام آن	هر آن چه شود حاصلت بی گمان
که تا فرد دوم بود بی شکی	ز سه مثل آن ضعف کم کن یکی
حصول سوم فرد ای معتبر	ز ضرب دو فرد است در یکدگر
که تا حاصلت فرد چارم بود	بکن جمع این هر سه فرد از خرد
محب حاصل آمد ترا ای زکی	اگر ضعف در فرد سوم زنی
به محبوب گردد ترا رهنما	وگر در چهارم زنی مَر ورا
بدانی محب هم ز محبوب بی رنج	پس از ضعف هر یک ز اضعاف شطرنج

ظاهر عبارت ناظم آن است به قرینه فرد دوم و سوم و چهارم که مصطلح او از فرد اول فردی است که در مرتبه اول حاصل می شود نه فرد اول مصطلح محاسبین است و حینئذ غافل شده از این که شرط نماید که هر یک از فرد اول و ثانی و رابع فرد اول مصطلح باشد با آن که گمان کرده که از اضافه نصف هر یک از اعداد واقعه در سلسله تضاعیف بر آن اسقاط واحدی فرد اول حاصل می شود و متحابین از هر یک از اعداد واقعه درین سلسله حاصل می شود چنان که در بیت آخر تصریح به آن نموده و آن نیز سهو است به جهت // آن که از اضافه ۳۲ به ۶۴ و اسقاط واحدی ۹۵ باقی ماند و این فرد اول نیست. و ایضاً شرط نکرده که فرد ثانی و مجموع افراد ثلاثه که فرد رابع است فرد اول باشد و ما مثال آن را مطابق اصل قاعده^۲ فرض نمودیم. مثلاً فرض کردیم آن ضعف را ۴ و افزودیم بر آن واحدی را حاصل شد ۵ و آن فرد اول بود پس اخذ نمودیم ثلاثه امثال اربعه را و کم کردیم از آن واحدی را باقی ماند ۱۱ و این نیز فرد اول است ضرب کردیم این دو فرد را در دیگری حاصل شد ۵۵. جمع کردیم این افراد ثلاثه را حاصل شد ۷۱. چون این نیز فرد اول بود ضرب کردیم ۴ در ۵۵ حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است. پس ضرب کردیم ۴ را در ۷۱ حاصل آمد ۲۸۴ که اعظم متحابین است و برین قیاس حاصل می شود متحابین از معامله اعمال مذکوره با ۱۶ و علی هذا فقس. و بنا بر عبارت اخیر جمع کردیم ۴ را یک بار با سابقش از سلسله تضاعیف یعنی دو حاصل آمد ۶ و دیگر بار با تالیش از همین سلسله یعنی ۸ حاصل آمد ۱۲. نقصان کردیم از هر یک از حاصلین واحدی باقی ماند ۵ و ۱۱ و این هر دو فرد اولند. ضرب کردیم احد(۱)هما را



۱. در نسخه «درو» آمده است.

۲. در نسخه «قاعد» آمده است.

در دیگری حاصل آمد ۵۵ و این فرد ثالث است. جمع کردیم افراد ثلاثه را حاصل آمد ۷۱ و این نیز فرد اول است. // پس اگر ضرب کنیم ۴ را در ۵۵، ۲۲۰ حاصل آید و اگر ضرب کنیم آن را در ۷۱، ۲۸۴ حاصل آید و بر این قیاس حاصل می شود متحابین دوم از معامله اعمال مذکوره با ۱۶. و اگر نبوده باشد مجموع افراد ثلاثه فرد اول مطلوب حاصل نشود. و مثلاً فرض کنیم آن عدد را ۸ و مضروب آن در واحد و نصف^۱ ۱۲ است و در ۳، ۲۴. و بعد از آن نقصان واحد از هر یک باقی ماند ۱۱ و ۲۳ و هر یک این دو فرد اولند و مسطح این دو که ۲۵۳ است فرد ثالث است لیکن مجموع افراد ثلاثه که ۲۸۷ است اول نیست بلکه عددیست مرکب که عدد می کند آن را ۴۱ هفت مرتبه. پس آن چه حاصل می شود از ضرب ۸ در فرد سوم و در مجموع افراد ثلاثه یعنی ۲۰۲۴ و ۲۲۹۶ عددین متحابین نباشند به جهت آن که اجزای اعظم زاید است بر اصغر به ۷۲۰ و آن حاصل است از مجموع ۷ و ۴۱ و ضعف و اربعة امثال و ثمانية امثال هر یک ازین دو. چه هر یک ازین اعداد هشتگانه عدد می کند اعظم آن را و درین موضع خطا کرده است مولانا غیاث الدین جمشید کاشانی در کتاب مفتاح الحساب و مولانا شرف الدین علی در کنه المراد و غیر ایشان از ماهرین این فن در کتاب خود به جهت آن که شرط نکرده اند که عدد حاصل از مجموع افراد ثلاثه فرد اول باشد. و گمان کرده اند که این ۲ عدد [د] که از هشت تحصیل شده عددین متحابین اند // و اجزای اعظم همین یک و دو و چهار و هشت و نصف و ربع و ثمن آن است که مساوی عدد اقل است و عدد دیگر آن را عدد نمی کند و همچنین صاحب کنه المراد از ۲۵۶ که مرتبه ۱۷ از سلسله تضاعیف اثنین حاصل شده دو عدد استخراج کرده در لوح و فقی درج کرده و گمان کرده که آن دو عدد [د] متحابه اند و غافل شده از آن که چون این عدد را در سه ضرب کنی ۷۶۸ حاصل آید و بعد از نقصان واحد از آن ۷۶۷ باقی ماند و عدد ۵۹ سیزده مرتبه آن را عدد می کند و این مقتضی است که عدد اصغر را ۱۳ و اضعاف آن و همچنین ۵۹ و اضعاف آن و این غیر اجزاء اوست که مساوی با اعظم است.

بعده حضرت خاتم المهندسين فرموده اند که ما را طریق دیگر در استخراج عددین متحابین به خاطر رسیده و آن این است که اخذ کنیم از سلسله تضاعیف سته دو عدد متوالی را به حیثیتی که هر گاه نقصان کنیم از هر یک از آن دو واحدی را باقی ماند دو فرد اول. پس ضرب کنیم یکی از آن دو فرد را در دیگری تا حاصل شود فرد ثالث. پس اگر مجموع این افراد ثلاثه فرد اول شد ثلث عدد این دو عدد را یا ثلث اصغر این دو عدد را در فرد ثالث تا حاصل اصغر متحابین. بعده ضرب کنیم همان ثلث اعظم یا دو ثلث اصغر را در فردین اولین و زیاده کنیم حاصل را بر اصغر تا حاصل شود اعظم متحابین. مثال آن دیدیم ۱۹۲ و ۳۸۴ متوالی را که در مرتبه // پنجم و ششم از سلسله تضاعیف سته به هم رسیده و صلاحیت این

۱. در نسخه «۲» آمده است.

امر دارد و چون نقصان کردیم واحد را از هر یک باقی ماند ۱۹۱ و ۳۸۳ و هر یک ازین هر دو فرد اولند و مسطح احدهما فی الآخر که ۷۳۱۵۳ است فرد ثالث است و مجموع افراد ثلاثه که ۷۳۷۲۷ است نیز فرد اول است و ثلث اعظم این دو عدد و همچنین دو ثلث اصغر این دو ۱۲۸ است. ضرب کردیم آن را در فرد سوم حاصل شد ۹۳۶۳۵۸۴^۱ و این اصغر متحابین است. بعد از آن ضرب کردیم همان ثلث را در مجموع فردین اولین و آن ۵۷۴ است حاصل شد ۷۳۴۷۲ و زیاده کردیم آن را بر اصغر متحابین حاصل شد ۹۴۳۷۰۵۶ و این اعظم متحابین است. و این قاعده را بر این وجه نظم نموده‌اند:

کردی چو^۲ ز شش به نسبت ضعف صعود مضروب دو چار بی یک اول گر بود
با اولها اول بزن ثلث اخیر در^۳ ثالث او بزن^۴ که یابی مقصود

اقول: بر این قیاس اخذ نمودیم از این سلسله ۶ و ۱۲ را و نقصان کردیم از هر یک واحدی باقی ماند ۵ و ۱۱ و هر یک از این دو فرد اولند ضرب کردیم احدهما را در دیگری حاصل [مد] ۵۵ و این فرد ثالث است و جمع نمودیم افراد ثلاثه را حاصل آمد ۷۱ و این نیز فرد اول است. بعده ضرب کردیم ثلث ۱۲ را یعنی ۴ را در فرد سوم حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است. پس ضرب کردیم ۴ را در مجموع فردین اولین یعنی ۱۶ حاصل آمد ۶۴ اضافه نمودیم آن را بر اصغر متحابین حاصل آمد ۲۸۴ // که اعظم متحابین است. مثالی دیگر: اخذ نمودیم از این سلسله ۲۴ و ۴۸ را و کم کردیم از هر یک واحدی باقی ماند ۲۳ و ۴۷ و هر یک ازین دو فرد اولند ضرب کردیم احدهما را در دیگری حاصل شد ۱۰۸۱ و این فرد ثالث است. جمع نمودیم افراد ثلاثه را حاصل آمد ۱۱۵۱ و این نیز فرد اول است. پس ضرب کردیم ثلث اعظم عددین یعنی ۱۶ را در فرد سوم حاصل آمد ۱۷۲۹۶ و این اصغر متحابین است. بعد از آن ضرب کردیم ۱۶ را در مجموع فردین اولین یعنی ۷۰ حاصل شد ۱۱۲۰. اضافه نمودیم آن را بر اصغر متحابین حاصل آمد ۱۸۴۱۶ و این اعظم متحابین است.

فائده: بدان که چون اثنین ثلث سته است پس هر یک از مراتب سلسله تضاعیف اثنین ثلث نظیر آن مرتبه باشد از سلسله تضاعیف سته بجهت نسبت اتّصاف است. پس بنابراین به جهت تحصیل ثلث عدد اعظم محتاج اعمال قسمت نخواهیم بود بلکه نظر مرتبه آن را در سلسله تضاعیف اثنین اخذ کردیم که آن بینه ثلث آن عدد مفروض است و بنابراین هر ۴ یک از اعداد واقعه در سلسله تضاعیف را که در ۳ ضرب کنی نظیر آن مرتبه باشد از سلسله تضاعیف، فلا تغفل.

۱. در نسخه «۹۶۳۳۵۸۴» آمده است.

۲. در نسخه «چه» آمده است.

۳. در نسخه «وز» آمده است.

۴. در رساله عیون الحساب محمّد باقر یزدی در این مصراع به جای «او بزن»، «اولان» آمده است.

محقق دوانی در رساله انموذج العلوم قاعدة استخراج عددین متحابین را از کتاب ارثماطیقی بر وجه دیگر نقل نموده‌اند و حاصل آن وجه آن است که بگیرند زوج الزوجی // را و اضافه کنند بر آن واحدی را. اگر آن چه حاصل شود فرد اول باشد ضرب کنند آن را در زوج الزوج سابق. پس زیاده کنند بر حاصل واحدی را. اگر آن چه حاصل شود آن نیز فرد اول باشد ضرب کنند این دو فرد را در یکدیگر، آن چه حاصل شود فرد سوم است. پس ضرب کنند آن را در همان زوج الزوج مفروض تا اصغر متحابین حاصل آید. بعد از آن جمع کنند دو فرد اول را با یکدیگر و ضرب کنند حاصل را نیز در زوج الزوج مفروض آن چه حاصل آید اضافه کنند آن را بر اصغر متحابین تا اعظم متحابین حاصل شود. مثلاً اخذ نمودیم ۴ و افزودیم بر آن واحدی را شد ۵. چون فرد اول بود ضرب کردیم آن را در اثنین که زوج الزوج سابق است و اضافه کردیم بر حاصل واحدی را حاصل شد ۱۱. چون آن نیز فرد اول بود ضرب کردیم احدهما را در دیگری حاصل آمد ۵۵ و این فرد سوم است. ضرب کردیم آن را در ۴ حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است. بعد از آن جمع کردیم ۵ و ۱۱ را و ضرب کردیم حاصل را که ۱۶ است در اربعه و افزودیم حاصل را [که] ۶۴ است بر ۲۲۰ که اصغر متحابین است، حاصل آمد ۲۸۴ که اعظم متحابین است.

اقول بدان که مذکور چون دیده که درین قاعده عدد اگر حاصل می‌شود از جمع فردین اولین و ضرب حاصل در زوج مفروض و اضافه حاصل بر اصغر متحابین بدون احتیاجی به تحصیل // فرد چهارم که عبارت از مجموع افراد ثلاثه است گمان برده که احتیاجی به بود آن فرد اول نیست و آن را اسقاط نموده یا آن که از ضرورت این شرط غافل بوده و ندانسته که مدار عمل بر آن است چنان که قبل ازین مذکور شد و اشارتی بدان شد و ما بعد از معامله اعمال مذکوره با ۱۶ بر وجهی که محقق نقل نموده این دو عدد را تحصیل نمودیم برین وجه فرد اول ۱۷ و ثانی ۱۳۷ فرد ثالث ۲۳۲۹ اصغر متحابین است ۳۷۲۶۴ اکبر متحابین ۳۹۷۲۸. لیکن این دو عدد متحابه نیستند به جهت آن که مجموع افراد ثلاثه که ۲۴۸۳ است فرد اول نیست بلکه هر یک از ۱۳ و ۱۹ را عدد می‌کند و این مستلزم آن است که اجزای اعظم زاید باشد بر اصغر چنان که سابقاً مذکور شد. و مثالی را که خود فرض نموده‌اند چون اتفاقاً مجموع افراد ثلاثه آن فرد اول است مطابق واقع آمد و تخلف نکرده. و عجب آن است که حضرت سید منصور در تعلیقی که بر انموذج نوشته‌اند انواع مؤاخذات و مناقشات با محقق مذکور نموده‌اند و ازین گونه اعتراض غافل شده‌اند ظاهر آن است که خود سید نیز از اعتبار این شرط غافل بوده فلا تغفل؛

و حضرت مولوی دهدار شیرازی در کتاب مفاتیح المغالیق و رساله جامع الفوائد فرموده‌اند که چون عدد ۲۴ که عدد ساعات شبان‌روزی است در اول مربع وضع نماییم و به تزیید تا خانه آخر

۱. در نسخه «با» آمده است.

مربع به ترتیب سطور اعداد را وضع نماییم پس چون اعداد موضوعه در دو سطر اول را جمع نماییم عدد زاید است // که ۲۲۰ حاصل آید و چون اعداد موضوعه در دو سطر اخیر را جمع نماییم، عدد ناقص است که ۲۸۴ است حاصل آید بدین صورت:

۲۷	۲۶	۲۵	۲۴
۳۱	۳۰	۲۹	۲۸
۳۵	۳۴	۳۳	۳۲
۳۹	۳۸	۳۷	۳۶

وقال فی قیس الأنوار قال افلاطون اذا كتب في ورق اربعة في شرف الشمس ويكون النقش في خاتم الإبتداء في أول بيت في المربع ۲۴ وتمشي بزيادة واحد إلى البيت السادس عشر فإذا أردت أن تبثلي احدا بحبك فتطبع بالخاتم الذي فيه الوق على شئ من المأكول وتأكل منه وتطبع ما تريد وكذلك إذا اغتسلته في ماء وشرب متباغضين تحابا حباً شديداً ولا يفترقان واللّه المؤلف ثم قال واعلم أيها الناظر في هذا الورق أنّ السطر بين الاولين عرض وهما نصف الوق تضمن من العدد ۲۸۴ محصّل بذالك الوضع الالف بين المتحابين وحضرت ثالث المعلمين.^۲ اين مطلب را در كتاب جذوات طور سینا جزو^۳ عباراتی ادا نموده اند و ما نقل نمودیم کلام ایشان را بعبارة اللطيف وتبرکا بیاناته الشریف و آن این است و جمع شانزده مرتبه بر تتالی و توالی طبیعی از ۲۴ تا ۳۹ بر مجموع هر دو مشتمل است اول که تا ۳۱ باشد بر ۲۲۰ که زائد است و منسوب بر محبوب است و ۸ اخیر که تا ۳۹ باشد بر ۲۸۴ که عدد ناقص و منسوب به محب است نه بر عکس چنان که بعضی از افاضل مقلدین // در رساله انموذج العلوم توهم کرده است؛ انتهى.

اقول محقق دوانی را گمان آن است که درین انتساب امر بر عکس است چه در رساله انموذج العلوم فرموده که عدد زائد ۲۲۰ و برین مثال می نامند آن را عدد محب و عدد ناقص که ۲۸۴ است درین مثال می نامند آن را عدد محبوب.

و حکیم فاضل امیر غیاث الدین منصورى اصفهانی نیز در کتاب دانش نامه جهان فرموده اند که در خواص عددان متحابان ظاهر شده که جذب از جانب عدد اکبر است و حضرت قطب العارفین شیخ ابوالعباس بونی در کتاب تعلیقه فرموده اند که ان العلوم علی اختلافها فهي اربعة عشر علما

۱. در نسخه، «۳۹» در بیرون جدول آمده است.

۲. مفهوم کلی ترجمه این بخش عربی در ادامه جملات فارسی آورده شده است؛ م.

۳. در نسخه «با و جز» آمده است.

منها علم الطلاسم واکبر منه علم مساحة متناسبة وهي اتفاق الاعداد كمثل عددي رك وكيفية الغالب من المغلوب فيها فان عدد المكعب اغلب وهذا من كيفية توازن الأعداد واختلاف أعدادها في المقادير والأوزان وهو الفالاية بالفعل اقول بسط كلام و تحقيق مرام درين مقام آن است جمعی که عدد اعظم را بمطلوب نسبت داده اند و اصغر را بطالب نقل برین کرده اند که کمیت عدد اعظم بیشتر است از کمیت عدد اصغر و ظاهر که زیادتى به شأن مطلوب است و نقصان طالب قال العلامة اللوانی في انموذجه والسرّ في تعيين عدد الأقل للمحبّ ان المحب من حيث انه محب انقص من المحبوب من حيث انه محتاج اليه مشتاق المحبّ // العدد الاقلّ المحبوب العدد الأكثر انتهى و جمعی که عکس این اختیار نموده اند این زیاده و نقصان من حيث الأجزاء اعتبار کرده اند و اکثر متأخرین این اعتبار را حج می دانند قال مولانا شرف الدین علی یزدی في الحلل المطرز و چون تذکر نماید یکی از عددین متحابین البته از اعداد زایده بود و یکی از اعداد ناقصه و زائد را غلبه و تأثیر لازم است و ناقص را استعداد تأثر حاصل گردد که چرا جذب مذکور از یک طرف است و انجذاب از دیگر طرف انتهى و من میگویم که ظاهر آن است که تحاب^۱ و تجاذبی که باین دو عدد نسبت میدهند از قبیل تحاب^۲ و تجاذب مقناطیس و حدید که ظاهر شده به تجربه پس تجربه هر یک از قولین را مساعدت نماید آن احق باتباع است واللّه أعلم و حضرت مولوی دهمدار در کتاب مفاتیح المغالیق فرموده اند که اگر اعداد حروف محب و محبوب را با زُبر و بیته^۳ نمایند عدد مطلوب حاصل آید بدین صورت^۴:

م	ح	ب	و	ب	م	ب	م	ح	ب	زُبر (حروف اول محبوب * محب)
ی	م	ا	ا	ا	و	ا	*	ی	م	بیتات
۴۰	۱۰	۴۰	۱	۲	۶	۱	۲	۱	۸	۴۰
۴۰	۱۰	۴۰	۱	۲	۶	۱	۲	۱	۸	۴۰
۴۰	۱۰	۴۰	۱	۲	۶	۱	۲	۱	۸	۴۰
۴۰	۱۰	۴۰	۱	۲	۶	۱	۲	۱	۸	۴۰

۵۲۲۰

نکته لطیفه از متأخرین که چون عدد زهره را یعنی ۲۱۷ با عدد مرتبه آن در وضع افلاک که ۳ است جمع نمایند عدد اصغر متحابین حاصل آید و ایضاً چون جمع اعداد تسعه را که ۴۰

۱. در نسخه «تحاب» آمده است.

۲. در نسخه «تحاب» آمده است.

۳. «زُبر» اول حروف اسم حرفی الفبا (تلفظ هر یک از حروف الفبا) را گویند و مابقی حروف اسم حرفی را «بیتات» نامند. مثلاً اول حروف «محمّد»، که «میم» است، «م» آن زُبر و «ی» «اش بیته نامیده می شوند.

۴. این حروف در نسخه در قالب جدول نیامده است؛ هم چنین ستون سمت چپ برای توضیح از طرف مصحح آورده شده است.

۵. حاصل جمع اعداد سطر آخر (محبوب * محب).

است و موافق با عدد آدم در وسط این اعداد یعنی خمه که عدد منسوب به حواست و بیست مطلوب است ضرب نمایند اصغر متحابین حاصل آید و چون مرکبات اعداد ۹ گانه را بدون واحد جمع نمایند اعظم متحابین // حاصل آید.

فصل

حضرت خاتم المهندسین^۱ در کتاب عیون الحساب فرموده اند که ضابطه در استخراج اجزای هر یک از عددین متحابین آن است که به جهت تحصیل اجزاء اصغر بگیریم و هر یک از افراد ثلاثه و اضعاف آنها را با آن عدد که حاصل شود از تضاعیف واحد آن زوج که بنای عمل بر آن بوده و لا محاله خواهد بود ضعف آخر فرد سوم نفس عدد اقل بعینه. پس اسقاط کنیم آن را و جمع کنیم بواقی را که عدد اعظم است. پس در مثال اول اخذ کردیم واحد را با هر یک از افراد ثلاثه یعنی ۵ و ۱۱ و ۵۵ و هر یک را دو مرتبه تضعیف نمودیم در مرتبه دوم از تضاعیف واحد اربعه حاصل شد که زوجی است که بنای عمل بر آن بوده از تضاعیف فرد ثالث ۲۲۰ حاصل شد که عدد اقل است بدین صورت:

۱	۵	۱۱	۵۵
۲	۱۰	۲۲	۱۱۰
۴	۲۰	۴۴	۲۲۰

پس اسقاط کردیم عدد اقل را و جمع نمودیم بواقی را حاصل شد ۲۸۴ که عدد اعظم است و این مطلب را درین رباعی نظم نموده اند

گر واحد و افراد ثلاثه و اقل
تا عین اقل بر آید آن اجزا را
بر نسبت ضعف رانی ای شیخ اجل
کن جمع که اکثر بدر آید ز عمل

و به جهت تحصیل اعظم بگیریم واحد و مجموع افراد ثلاثه را و اضعاف هر یک از اینها را اما آن زوج که بنای عمل بر آن است و لا محاله خواهد بود ضعف نفس عدد اعظم بعینه. پس اسقاط کنیم آن را و جمع کنیم بواقی را و آن چه حاصل آید اجزاء عدد اکبر باشد. // پس درین مثال گرفتیم واحد و ۷۱ و ضعف هر یک را دو مرتبه بدین صورت

۷۱	۱
۱۴۲	۲
۲۸۴	۴

۱. منظور، محمد باقر یزدی است.

که اعداد اصغر است وهو المطلوب. و برین در تحصیل اجزای هر یک از متحابین که از سلسله تضاعیف سته به هم رسیده چنان که درین جدول است

الواحد	الفرد الاول	الفرد الثاني	الفرد الثالث	الواحد وأضعافه	مجموع الأفراد الثلاثة ^۱
۱	۱۹۱	۳۸۳	۷۳۱۵۳	۱	۷۳۷۲۷
۲	۳۸۲	۷۶۶	۱۴۶۳۰۶	۲	۱۴۷۴۵۴
۴	۷۶۴	۱۵۳۲	۲۹۲۶۱۲	۴	۲۹۴۹۰۸
۸	۱۵۲۸	۳۰۶۴	۵۸۵۲۲۴	۸	۵۸۹۸۱۶
۱۶	۳۰۵۶	۶۱۲۸	۱۱۷۰۴۴۸	۱۶	۱۱۷۹۶۳۲
۳۲	۶۱۱۲	۱۲۲۵۶	۲۳۴۰۸۹۶	۳۲	۲۳۵۹۲۶۴
۶۴	۱۲۲۲۴ ^۲	۲۴۵۱۲	۴۶۸۱۷۹۲	۶۴	۴۷۱۸۵۲۸
۱۲۸	۲۴۴۴۸	۴۹۰۲۴	۹۳۶۳۵۸۴	۱۲۸	۹۴۳۷۰۵۶

اما اگر افراد ثلاثه معلوم نبوده باشد قاعده آن است که تصصیف نماییم هر یک از متحابین را مرة بعد اخری تا آن که منتهی شود به عددی که دیگر قبول تصصیف نکند و آن در عدد اکبر مجموع افراد ثلاثه خواهد بود و در عدد اصغر فرد ثالث. و رسم کنیم نصف هر عددی را در تحت منصف آن پس وضع کنیم واحد را به ازاء آن عدد و را به ازاء نصف آن هکذا تا آن که رسم شود زوج اخیر به ازاء فرد اخیر یعنی آن فردی که تصصیف به آن منتهی شده و خواهد بود این زوج اخیر البته همان زوجی که بنای عمل بر آن بود. پس اگر عمل بر اکثر بود اسقاط کنیم آن را یعنی اکثر را و باقی مرسومات // اجزاء عدد اکبر باشد بدین صورت:

$$\begin{array}{r} 28 \quad 4 \quad 1 \\ 14 \quad 2 \quad 2 \\ 7 \quad 1 \quad 4 \end{array}$$

و این مطلب را درین رباعی نظم نموده اند بدین صورت:

نصف دو و ربع چار^۳ از اکثر برگیر
این جمله اجزاست^۱ به واحد شده جمع
زین گونه بگیر تا بود نصف پذیر
مثل عدد اقل بر مرد دلیر

۱. در نسخه «مخرج» آمده است.

۲. در نسخه، خط خوردگی دارد.

۳. در نسخه «چهار» آمده است.

و اما در تحصیل اجزای اول باید که ضرب کنیم زوج معمول علیه را یک مرتبه در واحد و نصف و یک مرتبه در ثلاثه و نقصان کنیم از هر یک از حاصلین واحدی را تا آن که باقی ماند دو فرد. و رسم نماییم آن دو فرد را محاذی واحد که اولاً رسم نمودیم به ازاء اصغر متحابین و هر یک ازین دو فرد را تضعیف نماییم مرة بعد اخری و رسم نماییم آن اضعاف را به ترتیب به ازاء زوج معمول عیله و فرد اخیر که فردی است که تنصیف به آن منتهی شده. پس اسقاط نماییم عدد اقل را و باقی این مرسومات اجزاء عدد اقل باشد و مجموع آنها عدد اکبر بدین صورت:

$$\begin{array}{r} 220 \quad 11 \quad 5 \\ 110 \quad 22 \quad 10 \\ 55 \quad 44 \quad 20 \end{array}$$

اقول و به عبارتی دیگر اولاً تنصیف نماییم هر یک از متحابین را تا آنجا که قبول تنصیف کند و نصف صحیح پس اگر عمل بر اصغر متحابین است قسمت کنیم آن را بر هر یک از افراد ثلاثه که در مثال مفروض ۵ و ۱۱ و ۵۵ و هر یک از خارج قسمت را نیز تنصیف نماییم تا آنجا که قبول // تنصیف کند. آن چه ازین عمل حاصل آید اجزاء عدد اصغر باشد و چون مجموع این انصاف را با مجموع خارج قسمتش جمع کنیم اکبر متحابین حاصل آید و اگر بر اکبر متحابین است آن را بعد از تنصیف تا آنجا که قبول تنصیف کند قسمت نماییم بر مجموع افراد ثلاثه یعنی فرد اخیر که درین مثال ۷۱ است آن چه حاصل آید آن را نیز تنصیف نماییم تا آنجا که قبول تنصیف کند. آن چه ازین عمل حاصل آید اجزاء عدد اکبر باشد.

مثلاً ۲۲۰ را که اصغر متحابین است تنصیف نمودیم به ۱۱۰ و ۵۵ آن گاه آن را قسمت نمودیم بر فرد اول یعنی ۵ حاصل شد ۴۴ آن را تنصیف نمودیم به ۲۲ و ۱۱ و دیگر مرتبه آن را قسمت بر فرد ثالث یعنی ۵۵ حاصل آمد ۴ آن را تنصیف نمودیم به ۲ و ۱ و جمیع اعداد را رسم نمودیم بدین صورت ۱۱۰، ۵۵، ۴۴، ۲۲، ۱۱، ۱۰، ۵، ۴، ۲، ۱ و این اجزاء عدد اصغر است. و چون این اعداد را جمع نمودیم حاصل آمد ۲۸۴ که اکبر متحابین است و به جهت تحصیل اکبر متحابین تنصیف نمودیم به ۲ و رسم نمودیم جمیع اعداد را بدین صورت ۲، ۱۴، ۷۱، ۱۴۲ و این اجزاء عدد اکبر است و چون این اعداد را جمع نمودیم حاصل آمد ۲۲۰ که اصغر متحابین است و هو المطلوب. تنبیه: بدان که عمده در معرفت صحت و خطای عمل ملاحظه هر یک از افراد // ثلاثه است که البته که باید که هر یک از آنها فرد اول باشد و همین موافقت اجزای حاصله از احد العددين با



۱. در نسخه «اجزاء» آمده است.

۲. در نسخه «۱۲۴» آمده است.

دیگری کافی نیست به جهت آن که فی الحقیقة تحصیل این اجزاء راجع به تحلیل اعمالی است که در تحصیل متحابین یا هر یک از افراد ثلاثه می‌کند. پس اگر افراد ثلاثه همه فرد اول باشند اجزاء منحصر در همین خواهد بود و إلا فلا. و سرّ این سخن بر ذکی پوشیده نیست و بیان آن علی سبیل الاجمال آن است که اصغر متحابین حاصل می‌شود و از ضرب زوج معمول علیه در فرد ثالث و فرد ثالث حاصل شده از ضرب فرد اول در ثانی و اکبر متحابین حاصل می‌شود از ضرب زوج معمول علیه و مجموع افراد ثلاثه. و زوج معمول قابل تصنیفات تا واحد است پس هر یک از فرد ثالث و فرد اول و فرد ثانی و زوج معمول علیه و انصاف آن و تضاعیف هر یک از افراد ثلاثه بعده الی تصنیفات اجزاء اصغر متحابین باشند. و مجموع افراد ثلاثه و زوج معمول علیه و انصاف آن و ضعف مجموع افراد ثلاثه بعده الی تصنیفات اجزاء اکبر متحابین. و چون ضعف اخیر فرد ثالث عین اصغر متحابین است و ضعف اخیر مجموع افراد ثلاثه عین اکبر متحابین و غرض تحصیل اجزاء است پس ضعف اخیر هر یک از این دو فرد اسقاط باید نمود و باقی را اخذ نمود. و چون مفروض // آن است که هر یک از فرد اول و ثانی و مجموع افراد ثلاثه فرد اول نباشد متحابین را اجزاء دیگر باشد. مثلاً آن دو عدد ۲۰۲۴ و ۲۲۹۶^۱ که قومی^۲ آن را متحابه پنداشته‌اند چون اجزاء احدهما را با این قواعد احصا^۳ نماییم عین دیگری باشد بدون تفاوتی بدین صورت لیکن چون مجموع افراد ثلاثه آن فرد اول نیست پس آن را اجزاء باشد. و این مستلزم آن است که اکبر متحابین را نیز اجزاء دیگر باشد فلا تغفل. و ما دو عدد موضوع در مرتبه دهم و یازدهم از سلسله تضاعیف سته یعنی ۳۰۷۲ و ۶۱۴۴ را اخذ نمودیم و بعد از معامله اعمال مذکوره اعداد حاصله را در جدول وضع نمودیم تا مبتدی را دستور العملی باشد هر چند که دو عدد حاصل از آنها متحابه نیستند چنان که بعد از این مذکور خواهد شد.

مجموع الأفراد الثلاثة	الواحد	الفرد الثالث	الفرد الثاني	الفرد الأوّل	الواحد
۲۸۷	۱	۲۵۳	۲۳	۱۱	۱
۵۷۴	۲	۵۰۶	۴۶	۲۲	۲
۱۱۴۸	۴	۱۰۱۲	۹۲	۴۴	۴
۲۲۹۶	۸	۲۰۲۴	۲۰۲۴	۸۸	۸

۱. در نسخه ۱۲۲۹۶ آمده است.

۲. در نسخه «قوم» آمده است.

۳. در نسخه «اخفا» آمده است.

فائده: حضرت خاتم المهندسين فرموده اند که آحاد سلسله تضاعيف اثنین همیشه می باشد یکی از ازواج چهارگانه برین ترتیب ۲ و ۴ و ۸ و ۶ و به هم نمی رسد // متحابان از آن مرتبه که آحاد آن ۲ یا ۴ باشد به جهت آن که آحاد حاصل ضرب ۲ در ۳ و ۴ در واحد و نصف همیشه ۶ و بعد از نقصان واحد از آن باقی ماند که آحاد آن ۵ باشد ممکن نیست که عدد اول باشد به جهت آن که ۵ و سایر مراتب و عشرات و مآت و الوف را نیز عد می کند. اقول بدان که این حکم در جمیع این قواعد سته مذکوره جاری نیست به جهت آن که بنا بر قاعده [ای] که از درة التاج منقول شد مرتبه دوم اعداد متحابه حاصل می شود از ۳۲ و آحاد آن ۲ است. پس اولی آن است که این حکم را تخصیص دهند به همان قاعده که خود بیان کرده اند. بعد از آن فرموده اند که و همچنین هر مرتبه که آحاد آن ۸ یا ۶ باشد اگر از آن اعداد دو فرد اول حاصل نشود متحابین از آن حاصل نشود.

اقول بدان که این حکم خصوصیت به این دو عدد ندارد و با هر عددی که از آن فرد اول حاصل نشود یا از مجموع افراد ثلاثه فرد اول حاصل نشود متحابین از آن اعداد صورت نیندد^۱ و قال و ما استقراء و تتبع کردیم پس ندیدیم مرتبه دهم از سلسله تضاعيف اثنین را یعنی ۲۰۴۸^۲ و مرتبه یازدهم آن را یعنی ۴۰۹۶^۳ که صلاحیت این امر داشته باشد به جهت آن که فرد اول یعنی ۳۰۷۱ که حاصل می شود از مرتبه دهم مسطح // ۳۷ و ۸۳ است و فرد ثانی یعنی ۱۲۲۸۷ که متولد می شود از مرتبه یازدهم مسطح ۱۱ و ۱۱۱۷، ۱۲۲۸۷ است و آحاد او ۶ است و آحاد دوم ۷ فتأمل^۴.

الواحد واضعافه	الفرد الاول	الفرد الثاني	الفرد الثالث	الواحد و اضعافه	مجموع الافراد الثلاثه
۱	۳۰۷۱	۶۱۴۳	۱۸۸۶۵۱۵۳	۱	۱۸۸۷۴۳۶۷
۲	۶۱۴۳	۱۲۲۸۷	۷۵۴۷۹۰۴۱	۲	۷۵۴۹۷۴۷۱
۴	۱۲۲۸۷	۲۴۵۷۵	۳۰۱۹۵۳۰۲۵	۴	۳۰۱۹۸۹۸۸۷
۸	۲۴۵۷۵	۴۹۱۵۱	۱۲۰۷۸۸۵۸۲۵	۸	۱۲۰۷۹۵۹۵۵۱
۱۶	۴۹۱۵۱	۹۸۳۰۳	۴۸۳۱۶۹۰۷۵۳	۱۶	۴۸۳۱۸۳۸۲۰۷
۳۲	۹۸۳۰۳	۱۹۶۶۰۷	۱۹۳۲۷۰۵۷۹۲۱	۳۲	۱۹۳۲۷۳۵۲۸۳۱

۱. در نسخه «نه بندد» آمده است.

۲. در نسخه «۲۴۸» آمده است.

۳. در نسخه «۴۰۹۴» آمده است.

۴. جدول کلاً مغشوش و بیشتر اعداد آن نادرست بود که در اینجا دوباره محاسبه و اصلاح شده است.

قیل و همچنین مرتبه چهارم هم صلاحیت این امر ندارد و به جهت آن که فرد اول یعنی ۴۹۱۵۱ که متولد می‌شود از آن مسطح ۲۳ و ۲۱۳۷ است واللّه أعلم. اگر چه از ائمه اسرار کشف استار و جمیع آن چه حکما در کتب خود متفرّق ساخته‌اند نزد اصحاب اسرار حرام و صاحب// او ملامت است لیکن رجا به کرم حضرت عالم الاسرار واثق است که این رساله را از نظر اغیار مخفی و مستور دارد و حال وقت آن شد که قدری از خاصیت این عدد مذکور شود.

خاتمه

بدان که حکما این اعداد را به طریق مختلف در الواح وضع نموده‌اند و تصرّفات بدیعه در آن کرده‌اند و ما از آن جمله چند وجه که از مشایخ این فن اخذ نموده‌ایم درین رساله ایراد کنیم. طریقه اول و آن بهترین طرق است به جهت آن که درین طریق سری هست که در غیر این نیست و آن آن است که درین مثال عددی که لوح طالب با آن ابتدا می‌شود لوح مطلوب به همان عدد منتهی می‌شود. پس همانا که طالب در اول قدم طلب به مثل کوی مطلب رسیده و با آن متحد شده و منتهی حال مطلوب به اول امر طالب را جمع شده و به آن متصل و متحد شده و هوالمطلوب. و طریق مؤامره وضع اعداد در الواح مربع آن است که از عدد مفروض سی طرح کنند و باقی را به چهار قسمت نمایند آن چه خارج قسمت باشد در یکی از خانه‌های مربع وضع نموده به ترتیب طبیعی شکل را تمام نمایند و اگر کسری باقی ماند اگر آن کسری یک باشد واحدی در خانه ۱۳ و اگر دو باشد در خانه ۹ و اگر ۳ باشد در خانه ۵ بیفزایند.

۵۴	۵۸	۶۱	۴۷
۶۰	۴۸	۵۳	۵۹
۴۹	۶۳	۵۶	۵۲
۵۷	۵۱	۵۰	۶۲

لوح مطلوب

مثلاً از ۲۲۰ سی طرح کردیم ۱۹۰ باقی ماند آن را بر چهار قسمت کردیم، خارج// قسمت ۴۸ شد و کسر ۲ باقی ماند ۴۷ را در خانه اول از مربع وضع کردیم و اعداد را به ترتیب در خانه‌های [مربع] وضع نمودیم تا به خانه هشتم و به جهت کسر، یکی در خانه نهم افزودیم و به ترتیب طبیعی شکل را تمام نمودیم. بدین صورت و همین قاعده را در ۲۸۴ مراعی داشته لوح آن را تمام نمودیم بدین صورت:

۱. این عدد در نسخه، در بیرون جدول آمده است.

۷۰	۷۴	۷۷	۶۳
۷۶	۶۴	۶۹	۷۵
۶۵	۷۹	۷۲	۶۸
۷۳	۶۷	۶۶	۷۸

لوح طالب

و قاعده دیگر آن است که بگیرند اسم طالب را و آن را با عدد مطلوب یعنی ۲۲۰ جمع نمایند و مجموع را تنصیف نمایند و از یک نصف سه عدد طرح نمایند و باقی را در خانه اول از مرتب وضع نموده به دستور تا خانه هشت ثبت نمایند. پس بگیرند عدد اسم مطلوب را و آن را با عدد طالب یعنی ۲۸۴ جمع نمایند و مجموع را تنصیف نمایند و از یک نصف چهار عدد طرح نمایند و مابقی را در خانه نهم گذارند و شکل را به ترتیب نظم طبیعی تمام نمایند و باید که این دو عمل در روز و ساعت زهره باشد و اگر خواهند که در هر خانه ۲ که عدد زوج است و مناسبت تمام به مؤالفت دارد اضافه نمایند از نصف عدد اول ۶ طرح نمایند و از نصف عدد ثانی ۸، علی هذه الصورة: مثاله طالب علی عدد ۱۱۰ جمعناه ۲۲۰ صار ۳۳۰ // نصفه ۱۶۵ وبعد طرح الستة منه بقی ۱۵۹ والمطلوب محمد عدده ۹۲ جمعناه مع ۲۸۴ صار ۳۷۶ نصفه ۱۸۸ وبعد طرح الثمانية منه بقی ۱۸۰ رسمناهما في الشكل هكذا:^۲



۱۷۳	۱۸۴	۱۹۰	۱۵۹
۱۸۸	۱۶۱	۱۷۱	۱۸۶
۱۶۳	۱۹۴	۱۸۰	۱۶۹
۱۸۲	۱۶۷	۱۶۵	۱۹۲

و شکل را طالب حمل نماید و بعضی چنین کنند که واحد را در خانه آخر از دور اول از شکل ثبت و به تزیید واحدی به قهقری دور را تمام نمایند. پس رقم ۵ را در خانه آخر دور چهارم یعنی خانه آخر شکل رسم نموده به تزیید واحد به قهقری سیر نموده شکل را تمام سازند، آن گاه ۱۳۲. از

۱. این عدد در نسخه، در بیرون جدول آمده است.

۲. نمونه اش: طالب، علی ست که معادل ابجد آن ۱۱۰ است، آن را به ۲۲۰ افزودیم، شد ۳۳۰، نیمه آن ۱۶۵ است و بعد از کاستن شش، ۱۵۹ باقی ماند؛ مطلوب، محمد است که معادل ابجد آن ۹۲ است، آن را به ۲۸۴ افزودیم، شد ۳۷۶، نیمه آن ۱۸۸ است و پس از کاستن هشت، ۱۸۰ باقی ماند؛ در شکل این چنین رسمش کردیم. - م.

۳. این عدد در نسخه، در بیرون جدول آمده است.

عدد طالب یعنی ۲۸۴ طرح نمایند و مابقی را در خانه اول از مرتب گذارند و به تزايد واحد به نظم طبیعی دور را تمام نمایند، پس رقم واحد در خانه اول از دور ثانی وضع نموده به ترتیب نظم طبیعی در ثانی و ثالث را تمام نمایند، آن گاه رقم ۲۰ را در خانه اول از دور آخر ثبت نموده شکل را تمام نمایند و گفته اند که در وقت رسم اعداد باید که یک خانه از شکل طالب رسم شود و یک خانه از شکل مطلوب تا هر دو شکل به یک مرتبه تمام شود آن گاه رسم طالب را به همین قاعده در مرتب در ظهر شکل مطلوب درج کنند و رسم مطلوب را نیز به همین قاعده در مرتب در ظهر شکل طالب و ابتداء عمل باید که از صفحه مطلوب باشد و الشکلین هكذا:

مطلوب				طالب			
۴	۷	۲۱	۲۵۲	۱۸۸	۲۱	۷	۴
۲۰	۲۵۳	۳	۸	۸	۳	۱۸۹	۲۰
۲۵۴	۲۳	۵	۲	۲	۵	۲۳	۱۹۰
۶	۱	۲۵۵	۲۲	۲۲	۱۹۱	۱	۶

// و شکل طالب را مطلوب با خود نگاه دار [د] و شکل مطلوب را طالب حمل نماید و بعضی دیگر گویند که باید اسم طالب و مطلوب و متحابین را در سطر اول از لوحی به عنوان ذو الكتابة درج نمایند و لوح را تمام نموده طالب حمل نماید و بعضی دیگر گویند که باید اسم طالب و عدد مطلوب از متحابین و اسمی از اسماء الله مناسب محبت یا عدد «حب» یا «ودود» یا امثال آن در لوحی به عنوان ذو الكتابة درج نمایند و لوح را طالب حمل نماید و برین قیاس اسم مطلوب را در لوحی درج نمایند و مطلوب حمل نماید و درین قاعده به انحاء مختلفه تصرف می توان نمود و الاشکال هكذا:

طالب	مطلوب	متحابه	اسم الله	اسم عرض	طالب	مطلوب	متحابین
علی	محمد	۲۲۰	ودود	حب	علی	محمد	۲۲۰
۲۱	۲۸۳	۹	۱۱۱	۲۱۹	۲۲۱	۲۸۳	۹۱
۸	۲۱۸	۱۸	۱۲۲	۱۱۲	۲۸۲	۲۱۸	۹۴
۲۲۱	۱۱۳	۱۱۳	۷	۱۹	۹۳	۱۱۳	۲۸۱

شیخ جلیل ابو الصلاح الصفدی در شرح لامیه طغرابی بعد از آن که جمله [ای] از احکام عددین متحابین را نقل نموده گفته و اصحاب الخواص یزعمون انّ لذلک خاصیه عجیبه فی المحبه إذا جعل هذا العدد والاقبل الاكثر في شئ من المأكولات وأكل المحب الأكثر واطعم الاقل لمن

یرید محبته ثم قال وقد كنت بخلت بهذه الفائدة وان اودعها في هذا الكتاب^۱ ودر اخلاف جلالی گفته که حکما گفته‌اند اگر دو شخص را اتفاق افتد در امری به این دو عدد از مأكولات یا غیر آن // هر یک وفق یکی ازین دو عدد در لوحی نهاده با خود دارند البته در میان ایشان محبت و التیام حاصل شود و حکیم مجریطی در کتاب غایة الحکیم فرموده‌اند و هذه الأعداد إذا وضعت علی طعام او شراب او غیر ذالک مما يستعمله شخصان الف بینهما وان رسمت في عود وطبع بها خبزا ومأكولا واکلته مع من شئت ظهر محبة عظيمة بینهما وان رسمت في ثوبک لم يفارقک وکذا [۱] المتاع في السفر ثم قال والعمل بها ان ترسم العدد الاکبر والعدد الاصغر يرسم الغبار وتعطى من شئت العدد الصغر وتأخذ انت العدد الاکبر فانّ الصغر تطيع الاکبر بخاصية ظريفة ويستعمل في الزبيب وحبّ الرمان واشباههما من الفاکهة عددا لا رسما وانا امتحنت ذالک ووقفت علی صحته.^۲

وقال في اوائل المقالة الاولى من هذا الكتاب ايضاً طلسم للحب الدائم يضع طلسمان بطالع سعد والقمر في الثور وكذا الزهرة فيه ايضاً وترسم في الصورة الاولى مائتين وعشرين عدد الفات وفي الثانية مائتين واربعة وثمانين كذلك الفات او اصفار ثم تجعلها متعاقبين فيكون الحب الدائم ويقف المودة بینهما ويعرف هذا الطلسم بطلسم الاعداد المتحابه.^۳

وقال في قيس الانوار قال افلاطون هذه الاعداد المتحابه مقناطيس القلوب ثم قال واعلم انه اذا كتبت في طالع الزهرة في قلب نوره ويكون ذالک القلب مزدوجاً فيكتب في الواحد العدد الزائد وهو ۲۲۰ وفي القلب الآخر // العدد ناقص وهو ۲۸۴ فيأكل الطالب العدد الزائد والمطلوب العدد الناقص فيكون حبا شديدا وهذا [۱] متفق عليه ونقل المحقق الدواني عن افلاطون انه قال اذا اتفق ان يكون عند احد العدد الاقل من اى جنس كان وعند الآخر الاكثر من ذالک الجنس يقع المحبة بینهما فان من عنده العدد الاكثر يحب من عنده العدد الاقل.^۴

۱. ترجمه: اصحاب خواص را باور این است که این اعداد را خاصیتی شگفت در مهرورزیست، چنانچه این عدد کمینه و بیشینه در چیزی از خوردنی‌ها نهاده شود و دوست‌دار بیشینه را بخورد و کمینه را به آن که مهرورزی او را خواستار است بخوراند. سپس می‌گوید: از این فایده که این کتاب را بنا نهاده است دریغ شده بود [پس درج آن را لازم دیدم].

۲. ترجمه: اگر این اعداد بر خوراک و نوشیدنی یا هر چیزی که دو نفر استفاده می‌کنند، نهاده شود، بینشان آفت ایجاد می‌گردد. و اگر بر چوبی نوشته شوند و نان و خوراکی با آن پخته شود، و با کسی خورده شود محبتی عظیم بین آن دو پدیدار می‌شود؛ و اگر بر جامه‌ات منقوش گردد از تو جدا نمی‌شود و همچنین است بار و بنه در سفر طریق استفاده آن چنین است: عدد بزرگ‌تر و کوچک‌تر را با غبار رسم کنی و عدد کوچک‌تر را به آن که می‌خواهی بدهی، و خود عدد بزرگ‌تر را بگیری. عدد کوچک‌تر، عدد بزرگ‌تر را مطیع خواهد بود به خاصیتی ظریف که در مویز و دانه انار و میوه‌های دیگر به کار آید و من آزمودم آن را و بر صحت آن وقوف یافتم.

۳. ترجمه: در اوایل مقاله نخست از این کتاب گفته است: همچنین طلسم برای محبت پایدار، دو طلسم به طالع سعد و قمر در ثور، و همچنین در زهره گذاشته شود و دراولی به تعداد ۲۲۰ الف و در دومی ۲۸۴ الف یا صفر نوشته شود و آن دو طلسم را بر هم گذارند، پس محبت پایدار ایجاد می‌شود و دوستی بین آنها می‌ماند و این طلسم را طلسم اعداد متحاب می‌نامند.

۴. ترجمه: در قیس الأنوار آمده است که افلاطون گفته است این اعداد متحاب، مانند مغناطیس دل‌ها هستند. سپس می‌گوید: بدان که اگر در طالع زهره در قلب نورش نوشته شود و این قلب مزدوج باشد، در یکی از آنها عدد زائد که ۲۲۰ است نوشته شود و در قلب دیگر که

امر کلی و عمدۀ شروط لازمه درین عمل رعایت حال زهره است و کونها فی درجۀ اشرف احسن من سائر اوضاعها و احوالها فافهم. مشهور است که افلاطون اختیار وضعی از اوضاع فلکی نموده نزد طلوع زهره این دو عدد را بر دو قطعه مقراض رسم نموده و بر موضع مرتفع مقابل زهره نصب نموده چون زهره شروع در ارتفاع نموده احد القطعتین میل به جانب دیگری کرد و حرکت به سمت آن نمود و منجذب به طرف آن شد. قال فی قیس الأنوار اعلم ان احد العلماء من اهل هذا الفن رصد فی وقت طالع الزهرة وهي فی شرفها وکتب الاعداد المتحابه علی فخذی مقص ووضعه مفتوحا فالتقی المقص من غیر واسطه و هذا [۱] من قوة الاعداد.

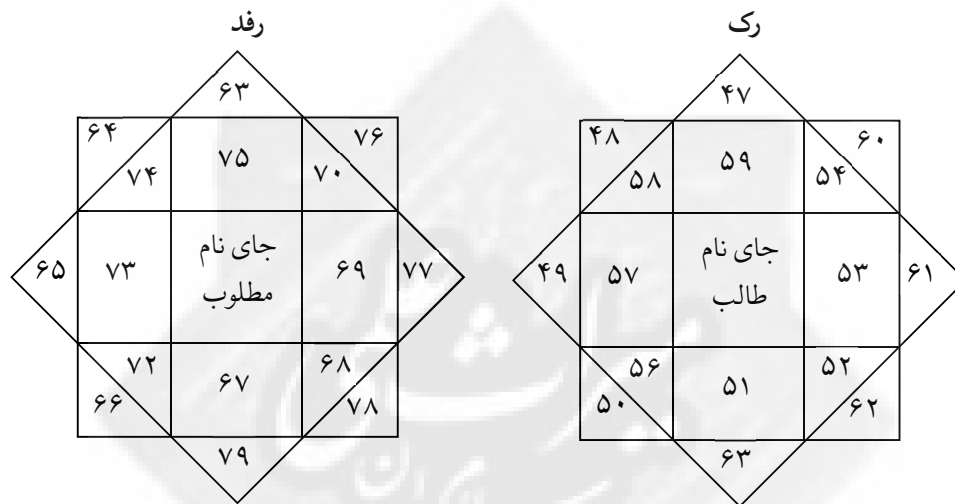
و مولانا حسین کاشفی در رموز الأسرار گفته که عدد محب با ۱ و محبوب با ۲ جمع نموده در مربعی به همین وضع بنویسد و هر دو نوشته را منطبق بر یکدیگر کرده حمل نماید و طریق وضع اعداد درین وفق آن است که اولاً آن عدد را از یک تا هشت در بیوت ثبت نمایند و بعده از عدد مفروض ۱۴ عدد کم کرده مابقی را در سه حصه نموده // واحدی را از دو ثلث بر ثلث افزوده، ثلث مع واحد را محاذی ۸ و دو ثلث الواحد را محاذی ۷ رسم نموده، پس به هر یک از ثلث و واحد و دو ثلث الا واحد، واحدی افزوده آن‌ها را به ترتیب محاذی ۶ و ۵ رسم نماید، پس به هر یک از آن‌ها سه ۳ عدد افزوده به ترتیب در محاذات ۴ و ۳ رسم نماید، پس [به] هر یک واحدی افزوده در محاذات ۱ و ۲ رسم نماید و اگر قدر باقی را ثلث صحیح نباشد ثلث را صحیح اعتبار نموده نقصان را در جانب ثلثین اعتبار نماید و همان قاعده را منظور دارد چنان‌که در عدد اقل و به خط دیگر از فضلاء چنین به نظر آمد که اعداد را در دو شکل برین وضع درج نموده

۳۲۲۰				۲۸۴			
۱۴۱	۷	۷۱	۱	۱۸۴	۷	۹۲	۱
۷۰	۲	۱۴۰	۸	۹۱	۲	۱۸۳	۸
۵	۴۷۵	۳	۱۳۷	۵	۹۶	۳	۱۸۰
۴	۱۳۶	۶	۷۴	۴	۱۷۹	۶	۹۵

عدد ۲۸۴ است و طالب عدد زاید را بخورد و مطلوب عدد ناقص را، محبت شدید ایجاد می‌شود. محقق دوانی هم بر همین عقیده است و از افلاطون نقل کرده است که گفت: هر گاه نزد یکی عدد کوچک‌تر از هر جنس باشد و نزد دیگری عدد بزرگ‌تر از همان جنس باشد بین آنها محبت ایجاد می‌شود و آن‌که عدد بزرگ‌تر را دارد، دارنده عدد کوچک‌تر را دوست خواهد داشت.

۱. معادل ايجدِ ۲۸۴
۲. معادل ايجدِ ۲۲۰
۳. عدد ۲۲۰ در نسخه نیامده است.
۴. این عدد در نسخه، در بیرون جدول آمده است.

و گفته اگر مربع رگ را به کبوترخانه [ای] و رفد را به کبوترخانه دیگر گذارند، کبوتران رفد به خانه رگ روند و اگر مربع رفد را در یک لشکر بدارند و مربع رگ را در لشکر دیگر، لشکر مربع رفد میل کند به طرف مربع رگ و به لشکر رگ آیند و اگر کسی حامل کتابت مربع رفد باشد دوست دار حامل مربع رگ گردد و رگ جذب می کند رفد را و میل می کند به طرف رگ و باید اسم طالب و مطلوب را در میان مربعین نوشته بر یکدیگر منطبق کند و با خود دارد. این بود آن چه وقت اقتضاء و زمان // مساعدت نموده ایراد آن را درین رساله؛ والحمد لله اولاً و آخراً والسلام علی خاتم الرسالة وآله.



منابع

قربانی، ابوالقاسم، فارسی نامه، نشر هما، تهران، ۱۳۶۳.
 مجموعه دست نویس شماره ۱۴۱۲۸ کتابخانه مجلس شورای اسلامی، تهران.
 مجموعه دست نویس شماره ۱۸۳۹۲ کتابخانه مجلس شورای اسلامی، تهران.
 Dickson, Leonard Eugene, *History of the theory of numbers*, vol. I, Chelsea publishing company, New York, 1952.
 Guy, Richard K., *Unsolved problems in number theory*, Springer, 2004.
 Rashed, Roshdi (Ed.), *Encyclopedia of the history of Arabic science*, vol. II (*Mathematics and the physical sciences*), Routledge, London and New York, 1996.
 Rosenfeld, Boris A, İhsanoğlu, Ekmeleddin, *Mathematicians, astronomers, and other scholars of Islamic civilization and their works (7th -19th c.)*, Istanbul, 2003.